

1. Siano dati gli insiemi $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ e $Y = \{y_1, y_2, y_3\}$.
 - (a) Definire tre funzioni distinte $f: X \rightarrow Y$.
 - (b) Quante sono le tutte le possibili funzioni $f: X \rightarrow Y$?
 - (c) Quante sono le tutte le possibili funzioni $f: X \rightarrow Y$, che soddisfano $f(x_2) = f(x_3)$?
 - (d) Definire una funzione suriettiva $f: X \rightarrow Y$.

2. Siano $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ e $Y = \{y_1, \dots, y_m\}$ insiemi finiti.
 - (a) Quante sono le tutte le possibili funzioni $f: X \rightarrow Y$?
 - (b) Siano $n = 3$ ed $m = 7$. Quante sono le tutte le possibili funzioni iniettive $f: X \rightarrow Y$? Ne esistono di suriettive?

3. Siano $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ e $Y = \{y_1, \dots, y_m\}$ insiemi finiti.
 - (a) Verificare che esiste $f: X \rightarrow Y$ iniettiva se e solo se $n \leq m$.
 - (b) Verificare che esiste $f: X \rightarrow Y$ suriettiva se e solo se $n \geq m$.
 - (c) Concludere che esiste $f: X \rightarrow Y$ biiettiva se e solo se $n = m$.

4. Sia data la funzione $f: \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$ definita da $f(n) = 2n + 3$.
 - (a) È iniettiva? È suriettiva? giustificare le risposte.
 - (b) Dare un esempio di funzione $f: \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Z}$ iniettiva, ma non suriettiva.

5. Siano dato l'insieme $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$
 - (a) Determinare tutti i sottoinsiemi di X formati da tre elementi.
 - (b) Determinare tutti i sottoinsiemi di X formati da due elementi.
 - (c) Ricostruire il ragionamento fatto in classe per cui i sottoinsiemi di k elementi di un insieme di n elementi sono $\binom{n}{k} = \frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{k!}$.