

Laboratorio di Matematica, a.a. 2015-2016

Compito scritto, 14 settembre 2016

- (1) Risolvere la seguente disequazione

$$\left(\cos^2 x - \frac{1}{2}\right)(e^{3x} - 1) \geq 0,$$

con $x \in \mathbb{R}$.

- (2) Si consideri un triangolo isoscele con base di lunghezza 2 metri. Calcolare tutte le possibili lunghezze degli altri due lati sapendo che il triangolo è inscritto in una circonferenza di diametro 4 metri.

- (3) (i) In quante maniere differenti si possono distribuire 19 biglie identiche tra 5 bambini?
(ii) In quante maniere differenti si possono distribuire 19 biglie identiche tra 5 bambini, volendo che ogni bambino ne abbia almeno 3?
(iii) In quante maniere differenti si possono distribuire 19 biglie identiche tra 5 bambini, volendo che nessun bambino ne abbia più di 17?

- (4) (i) Esistono polinomi irriducibili di $\mathbb{Z}[x]$ di grado 3? In caso affermativo esibirne uno. Altrimenti si motivi la risposta.
(ii) Esistono polinomi irriducibili di $\mathbb{Q}[x]$ di grado 3? In caso affermativo esibirne uno. Altrimenti si motivi la risposta.
(ii) Esistono polinomi irriducibili di $\mathbb{R}[x]$ di grado 3? In caso affermativo esibirne uno. Altrimenti si motivi la risposta.

- (5) Di un'ellisse \mathcal{C} del piano euclideo \mathbb{E}^2 si conoscono il fuoco $F_1 = (5, 5)$ e il centro $C = (0, 4)$.

- (i) Determinare le coordinate del secondo fuoco.
(ii) Determinare equazioni cartesiane degli assi di \mathcal{C} .