

## Laboratorio di Matematica, a.a. 2015-2016

Compito scritto, 10 febbraio 2016

- (1) Risolvere la seguente disequazione

$$\ln \frac{x+1}{x-2} < \ln(x+3).$$

- (2) Si consideri un triangolo  $T$  inscritto in una circonferenza di raggio 2 metri. Sapendo che anche un lato di  $T$  misura 2 metri, determinare tutte le possibili ampiezze dell'angolo opposto a tale lato.

- (3) Si consideri un mazzo di 40 carte, con 10 carte distinte per ciascuno dei 4 semi.

- (i) Quanti insiemi distinti di 6 carte hanno esattamente 3 assi?
- (ii) Quanti insiemi distinti di 6 carte hanno almeno 3 assi?
- (iii) Quanti insiemi distinti di 6 carte hanno 4 carte di uguale valore?

- (4) Si consideri il polinomio  $f(x) = x^5 - 5x^4 + 10x^3 - 20x^2 + 24x$ .

- (i) Decomporre  $f(x)$  in fattori irriducibili in  $\mathbb{Q}[x]$ , in  $\mathbb{R}[x]$  e in  $\mathbb{C}[x]$ .
- (ii) Chi sono tutti e soli i polinomi irriducibili di  $\mathbb{R}[x]$  che ammettono  $2 + 3i$  come radice complessa?

- (5) (i) Determinare un'equazione dell'ellisse  $\mathcal{C}$  del piano euclideo  $\mathbb{E}^2$  di fuochi  $F_1 = (0, 0)$ ,  $F_2 = (-3, -3)$  e passante per il punto di coordinate  $(1, 0)$ .

- (ii) Determinare le equazioni degli assi di  $\mathcal{C}$ .