

1. Senza fare la moltiplicazione, determinare il resto della divisione per 10 e per 5 dei seguenti numeri

$$12345678 \times 90123, \quad 9085679 \times 120001, \quad 4876515329871674 \times 765976.$$

2. Verificare che  $2468 \times 13579 \equiv -3 \pmod{25}$ .

3. Determinare l'espressione binaria e l'espressione in base 5 del numero 249.

4. Calcolare  $3^{15} \pmod{17}$  e  $15^{81} \pmod{13}$ .  
(Si intende determinare un numero  $0 \leq r \leq 16$  che soddisfa  $r \equiv 3^{15} \pmod{17}$ , etc..... ).

5. Determinare se 1213141516171819 è divisibile per 11.

6. Determinare se la seguente equazione diofantea ha soluzioni:

$$2000000007X + 1000000000Y = 3.$$

7. Risolvere se possibile le congruenze

$$18x \equiv 9 \pmod{27}, \quad 18x \equiv 9 \pmod{24}, \quad 3x \equiv 9 \pmod{12}.$$

8. Risolvere se possibile i sistemi di congruenze

$$\begin{cases} 2x \equiv 1 \pmod{9} \\ x \equiv 2 \pmod{13}, \end{cases} \quad \begin{cases} 2x \equiv 1 \pmod{5} \\ 3x \equiv 2 \pmod{12}, \end{cases} \quad \begin{cases} 2x \equiv 1 \pmod{9} \\ x \equiv 3 \pmod{7}. \end{cases}$$

9. Risolvere il sistema di congruenze

$$\begin{cases} x \equiv 1 \pmod{9} \\ x \equiv 1 \pmod{11}. \end{cases}$$

Determinare tutte le soluzioni  $0 \leq x \leq 100$ .

10. Sia  $x$  un numero naturale di 3 cifre (in base 10). Supponiamo che

$$\begin{cases} x \equiv 1 \pmod{7} \\ x \equiv 2 \pmod{11} \\ x \equiv 3 \pmod{13}. \end{cases}$$

Determinare  $x$ .