

1. Sia $\mathbf{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ l'insieme dei numeri naturali. Siano dati gli insiemi di stringhe

$$A = \{abcdef \in \mathbf{N}^6 \mid 0 \leq a, b, c, d, e, f \leq 5\}, \quad B = \{abcdef \in \mathbf{N}^6 \mid 0 \leq a, b, c \leq 5, 5 \leq d, e, f \leq 9\}$$

$$C = \{abcdef \in \mathbf{N}^6 \mid 0 \leq a, b, c, d, e, f \leq 9\}, \quad D = \{abcdef \in \mathbf{N}^6 \mid 3 \leq a, b, c, d, e, f \leq 9\}.$$

Determinare la cardinalità dei seguenti insiemi, spiegando il metodo usato:

$$A, B, C, D, A \cup D, A \cap D, B \cup D, C - A, \mathcal{C}_C D, A \times B.$$

2. Calcolare la cardinalità dei seguenti insiemi, spiegando il metodo usato:
- Stringhe di zeri e uni di lunghezza 8.
 - Stringhe di zeri e uni di lunghezza minore o uguale a 8.
 - Stringhe di zeri e uni di lunghezza 8 che iniziano con 3 zeri e terminano con un uno.
 - Stringhe di zeri e uni di lunghezza 8 che iniziano con 3 zeri o terminano con due uni.
 - Stringhe di cifre da zero a nove di lunghezza 3 che non contengono 3 volte la stessa cifra.
 - Stringhe di cifre da zero a nove di lunghezza 3 che iniziano con un numero pari.
 - Stringhe di cifre da zero a nove di lunghezza 3 che contengono 2 volte la cifra 4.
3. Una scatola contiene 10 palle rosse e 10 palle blu.
- Quante palle dobbiamo estrarre (a caso) per essere sicuri di ottenere almeno tre palle dello stesso colore?
 - Quante palle dobbiamo estrarre (a caso) per essere sicuri di ottenere almeno tre palle blu?
4. Sia d un intero positivo.
- Far vedere che in ogni insieme di $d + 1$ numeri naturali non necessariamente consecutivi almeno due danno lo stesso resto se divisi per d .
 - Far vedere che in ogni insieme di $d + 1$ numeri naturali consecutivi esattamente uno è divisibile per d .
5. Sia $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ un insieme di n elementi. Sia $\mathcal{P}(A)$ l'insieme di tutti i sottoinsiemi di A

$$\mathcal{P}(A) = \{\{\emptyset\}, \{a_1\}, \{a_2\}, \dots, \{a_1, a_2\}, \dots, \{a_1, a_2, a_3\}, \dots, A\}.$$

Verificare che $\mathcal{P}(A)$ ha cardinalità 2^n .

6. Determinare il coefficiente di $x^5 y^{11}$ nello sviluppo di $(x + y)^{16}$.
7. Quante stringhe di 7 caratteri si possono formare con le lettere della parola SEERESS?
8. Esercizi M.A.A.:
- Sez. 1.3: 1,2,3,4,6,11,12,18-24, 26,27, 38, 40,41,42,43.
 - Sez 1.5: 1-10.
 - Sez 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.6: a piacere.