

1. Dato il sistema di congruenze

$$\begin{cases} 4x \equiv 2 \pmod{21} \\ 3x \equiv 2 \pmod{71} \end{cases}$$

determinare quali dei seguenti interi $m = 1, 11, 17, 1001$ lo soddisfano.

2. Scrivere un sistema di congruenze che non ammette soluzioni intere anche se le singole congruenze ne ammettono.
3. Determinare tutte le soluzioni dei seguenti sistemi di congruenze

$$\begin{cases} 3x \equiv 2 \pmod{14} \\ 3x \equiv 2 \pmod{7}, \end{cases} \quad \begin{cases} 5x \equiv 0 \pmod{6} \\ 3x \equiv 6 \pmod{9}, \end{cases} \quad \begin{cases} 6x \equiv 2 \pmod{4} \\ 3x \equiv 0 \pmod{6}. \end{cases}$$

4. Determinare tutte le soluzioni intere del sistema di congruenze

$$\begin{cases} 4x \equiv 2 \pmod{22} \\ 3x \equiv 2 \pmod{7}. \end{cases}$$

5. Determinare tutti gli interi positivi di tre cifre decimali che soddisfano il sistema di congruenze

$$\begin{cases} 5x \equiv 2 \pmod{11} \\ 3x \equiv 2 \pmod{7}. \end{cases}$$

6. Dimostrare che la somma di due numeri pari è pari, la somma di due numeri dispari è pari e la somma di un numero pari e un numero dispari è dispari. Dedurne la tabella dell'addizione fra le classi resto modulo 2.
Dimostrare che il prodotto di due numeri pari è pari, il prodotto di due numeri dispari è dispari e il prodotto di un numero pari e un numero dispari è pari. Dedurne la tabella del prodotto fra le classi resto modulo 2.
7. Dimostrare che la classe resto modulo 10 di un intero è data dall'ultima cifra e che la classe resto modulo 100 è data dalle ultime due cifre.
8. Sia n un intero che diviso per 7 dà resto 5 e sia m un intero che diviso per 7 dà resto 2. Dividendo $n + m$ per 7, che resto troviamo? Dividendo $n \cdot m$ per 7, che resto troviamo? Giustificare bene le risposte.
9. Scrivere la tabella completa della somma fra le classi resto modulo 7 e la tabella completa del prodotto fra le classi resto modulo 7.
10. Sia n un intero che diviso per 11 dà resto 5 e sia m un intero che diviso per 11 dà resto 9. Dividendo $n + m$ per 11, che resto troviamo? Dividendo $n \cdot m$ per 11, che resto troviamo? Giustificare bene le risposte.
11. Scrivere la tabella completa della somma fra le classi resto modulo 6 e la tabella completa del prodotto fra le classi resto modulo 6.
12. A partire dalle tabelle calcolate nell'esercizio 4, per ogni $\bar{x} \in \mathbf{Z}_7$ determinare $\bar{y} \in \mathbf{Z}_7$, tale che $\bar{x} + \bar{y} = \bar{0}$. Per quali $\bar{x} \in \mathbf{Z}_7$ esiste $\bar{y} \in \mathbf{Z}_7$ per cui vale $\bar{x} \cdot \bar{y} = \bar{1}$?
13. A partire dalle tabelle calcolate nell'esercizio 6, per ogni $\bar{x} \in \mathbf{Z}_6$ determinare $\bar{y} \in \mathbf{Z}_6$, tale che $\bar{x} + \bar{y} = \bar{0}$. Per quali $\bar{x} \in \mathbf{Z}_6$ esiste $\bar{y} \in \mathbf{Z}_6$ per cui vale $\bar{x} \cdot \bar{y} = \bar{1}$?
14. Sia $n = 17$ e sia $\mathbf{Z}_{17} = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \dots, \bar{15}, \bar{16}\}$ l'insieme delle classi resto modulo 17.
- (a) In \mathbf{Z}_{17} calcolare
- $$\bar{16} + \bar{10}, \quad \bar{16} \cdot \bar{10}, \quad 4 \cdot \bar{11} + \bar{10}^2$$
- (b) Per ogni $\bar{x} \in \mathbf{Z}_{17}$ determinare $\bar{y} \in \mathbf{Z}_{17}$, tale che $\bar{x} + \bar{y} = \bar{0}$.
- (c) Data $\bar{7} \in \mathbf{Z}_{17}$, determinare, se esiste, $\bar{x} \in \mathbf{Z}_{17}$ tale che $\bar{7} \cdot \bar{x} = \bar{1}$ (provare tutti i prodotti $\bar{7} \cdot \bar{x}$ al variare di $\bar{x} \in \mathbf{Z}_{17}$).