

1. Siano dati gli insiemi $A = \{x, y, z, w\}$ e $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ e sia data la relazione

$$R = \{(x, 1), (x, 3), (x, 5), (y, 2), (y, 3), (z, 1), (z, 5), (w, 2), (w, 3)\}.$$

- (a) Esiste un elemento di A che non è in relazione con alcun elemento di B ?
 (b) Quanti elementi di A sono in relazione con $2 \in B$? Quanti elementi di A sono in relazione con $6 \in B$?
 (c) Determinare se R è la relazione individuata da una funzione $f: A \rightarrow B$. Spiegare bene la risposta.
2. Siano dati gli insiemi $A = \{x, y, z, u, w\}$ e $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ e sia data la relazione

$$R = \{(x, 1), (y, 3), (z, 5), (u, 4), (w, 5)\}.$$

- (a) Verificare che R è la relazione individuata da una funzione $f: A \rightarrow B$. Spiegare bene la risposta e determinare esplicitamente f .
 (b) Determinare se f è iniettiva.
 (c) Determinare se f è suriettiva.
3. Sia $A = \{x, y, z, u, w\}$ e sia R la relazione su data da

$$R = \{(x, x), (y, y), (z, z), (u, u), (w, w), (x, y), (y, x), (x, z), (y, z), (z, y), (z, x), (y, w), (w, y), (x, w), (w, x)\}.$$

- (a) Determinare se R è riflessiva.
 (b) Determinare se R è simmetrica.
 (c) Determinare se R è transitiva.
4. Sia X un insieme e sia $\mathcal{P}(X)$ l'insieme delle parti di X . Consideriamo su $\mathcal{P}(X)$ la seguente relazione:
 dati $A, B \in \mathcal{P}(X)$, definiamo ARB se $A \cap B^c = \emptyset$, dove B^c indica il complementare di B in X .
 (a) Verificare che $A \cap B^c = \emptyset \Leftrightarrow A \subset B$.
 (b) Determinare se R è riflessiva.
 (c) Determinare se R è simmetrica.
 (d) Determinare se R è antisimmetrica.
 (e) Determinare se R è transitiva.

5. Sia X un insieme e sia $\mathcal{P}(X)$ l'insieme delle parti di X . Consideriamo su $\mathcal{P}(X)$ la seguente relazione:
 dati $A, B \in \mathcal{P}(X)$, definiamo ARB se $A \cup B \neq \emptyset$.
 (a) Determinare se R è riflessiva.
 (b) Determinare se R è simmetrica.
 (c) Determinare se R è antisimmetrica.
 (d) Determinare se R è transitiva.

6. Sia $X = \{a, b, c, d\}$ un insieme di 4 elementi. In $\mathcal{P}(X)$ consideriamo la seguente relazione ARB se $|A| = |B|$ (cioè se A e B hanno la stessa cardinalità).
 (a) Verificare che si tratta di una relazione di equivalenza.

7. Consideriamo la seguente relazione su \mathbf{Z} :

$$m, n \in \mathbf{Z}, \quad mRn \quad \text{se} \quad m - n = 4k, \quad k \in \mathbf{Z}.$$

- (a) Verificare che si tratta di una relazione di equivalenza.