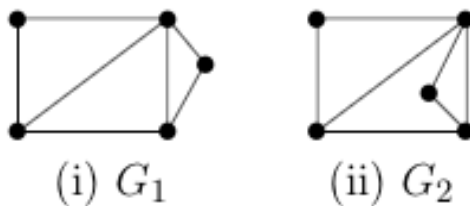
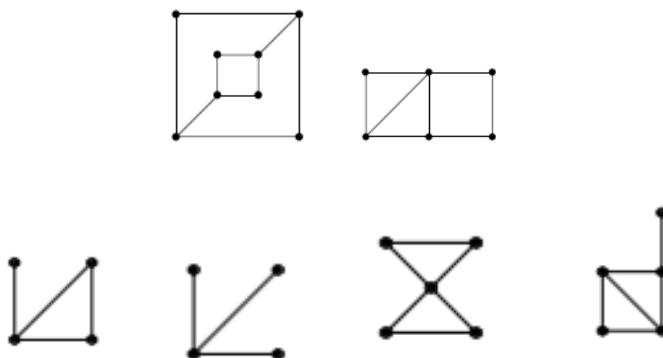


1. Determinare se i grafi G_1 e G_2 sono isomorfi. Se lo sono, determinare esplicitamente un isomorfismo.



2. Determinare il polinomio cromatico e il numero cromatico dei seguenti grafi:



3. Determinare il polinomio cromatico e il numero cromatico dei seguenti grafi:

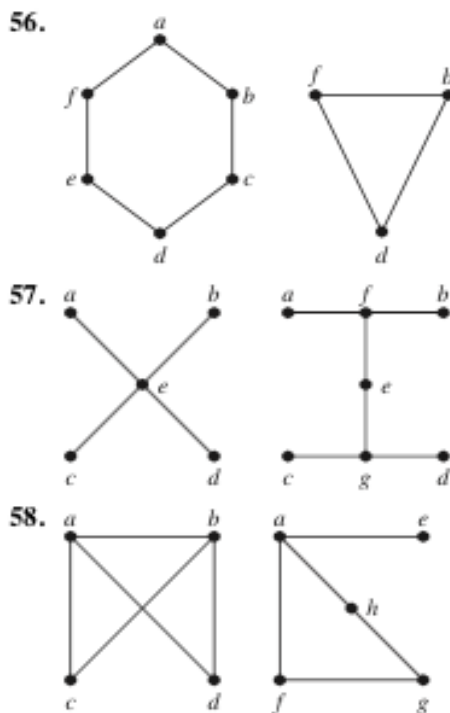


Figura 3.

4. Sia $G = G(V, E)$ un grafo. Dimostrare che se $\deg(v) \leq k$, per ogni vertice $v \in V$, allora G si puo' colorare con $k + 1$ colori (suggerimento: per induzione sul numero dei vertici).

5. Siano x, y variabili *reali non negative*. Per ognuno dei seguenti enunciati: scrivere cosa vuol dire “a parole”, determinare se è vero o falso e scriverne la negazione (non ci devono essere negazioni davanti ai quantificatori). Giustificare bene le risposte con esempi numerici.

- (a) $\exists x ((x^2 > 10) \wedge (|3 - x| \leq 2))$;
- (b) $\forall x ((x > 4) \Rightarrow (x^2 - 16 > 1))$;
- (c) $\forall x \exists y (x - y = 0)$;
- (d) $\exists x \forall y (xy < x)$;

6. Siano x, y variabili *interi*. Sia $Q(x, y)$ l'enunciato “ $x + y = x - y$ ”.

Per ognuno dei seguenti enunciati: scrivere cosa vuol dire “a parole”, determinare se è vero o falso e scriverne la negazione (non ci devono essere negazioni davanti ai quantificatori). Giustificare bene le risposte con esempi numerici.

- (a) $\forall y Q(1, y)$;
- (b) $\exists x \exists y Q(x, y)$;
- (c) $\forall y \exists x Q(x, y)$;
- (d) $\exists x \forall y Q(x, y)$;
- (e) $\exists y \forall x Q(x, y)$;

7. Sia dato l'enunciato

$$\text{Siano } A, B, C \text{ insiemi. } \forall A, B, C : A \cap B \neq \emptyset \wedge B \cap C \neq \emptyset \Rightarrow A \cap C \neq \emptyset.$$

- (a) Determinare se è vero o falso.
- (b) Scrivere la sua negazione.
- (c) Se è vero dimostrarlo; se è falso dimostrare che è vera la sua negazione, ed esibire un controesempio esplicito.

8. Sia dato l'enunciato

$$\text{Siano } A, B, C \text{ insiemi. } \forall C : (A \cap C = B \cap C) \wedge (A \cup C = B \cup C) \Rightarrow A = B.$$

- (a) Determinare se è vero o falso.
- (b) Scrivere la sua negazione.
- (c) Se è vero dimostrarlo; se è falso dimostrare che è vera la sua negazione (esibire un controesempio esplicito).