

1. Considerare i grafi della figura 1: dire che tipo di grafi si tratta (grafi, multigrafi, grafi o multigrafi diretti), e determinare il grado di tutti i loro vertici. Per ognuno di essi verificare che vale il lemma delle strette di mano appropriato.

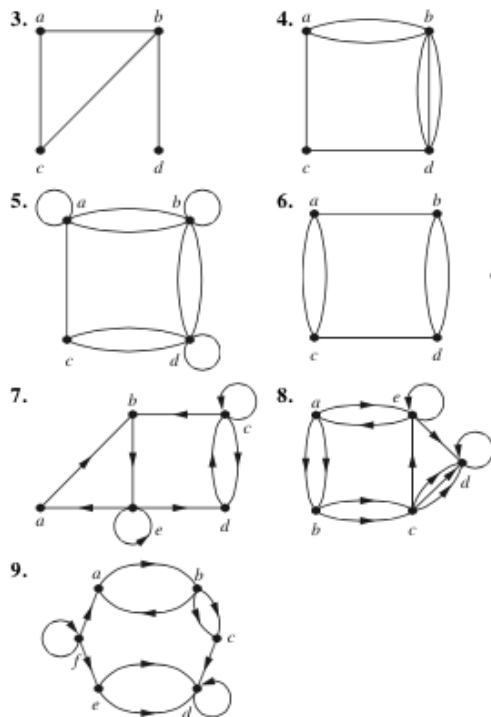


Figura 1.

2. Determinare quali fra i grafi della figura 2 ammettono un circuito o un cammino euleriano. In caso affermativo determinarne uno. Cosa si può dire sull'esistenza di un circuito Hamiltoniano?

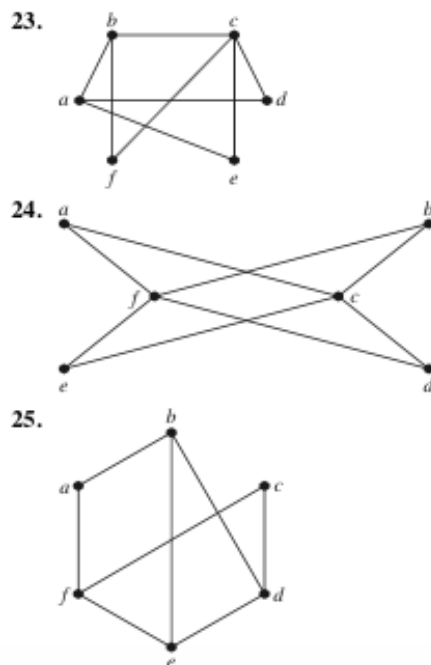


Figura 2.

3. Considerare i grafi della figura 3: quali di essi sono alberi, quali grafi bipartiti, o nessuno dei due? Per ognuno di essi determinare un albero generatore.

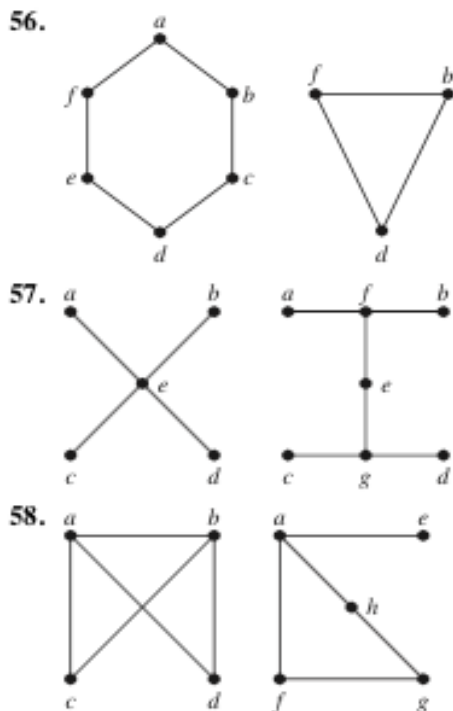


Figura 3.

4. Sia $A = \{x, y, z, u\}$ e sia R la relazione su A data da

$$R = \{(x, x), (y, y), (z, z), (u, u), (x, y), (y, x), (x, z), (y, z), (z, y), (z, x)\} \subset A \times A.$$

Disegnare il multigrafo diretto G associato ad R . Determinare se R è riflessiva, simmetrica, antisimmetrica o transiva. Come si manifestano tali proprietà in G ?

5. Siano dati i reticoli

$$(\mathcal{P}(\{a, b\}), \subset), \quad (D_{14}, |), \quad (D_{70}, |), \quad (\mathcal{P}(\{a, b, c\}), \subset).$$

Disegnare i rispettivi diagrammi di Hasse e i corrispondenti multigrafi diretti. Determinare quali di essi sono isomorfi. Nel caso in cui due grafi siano isomorfi, determinare tutti i possibili isomorfismi.

6. Siano dati i reticoli

$$(D_{30}, |), \quad (D_{20}, |), \quad (D_{18}, |), \quad (\mathcal{P}(\{a, b, c\}), \subset), \quad (D_{105}, |).$$

Disegnare i rispettivi diagrammi di Hasse e i corrispondenti multigrafi diretti. Determinare quali di essi sono isomorfi. Nel caso in cui due grafi siano isomorfi, determinare tutti i possibili isomorfismi.

7. Disegnare un grafo bipartito in cui esiste un accoppiamento.