

1. Siano dati gli insiemi $A = \{4n, n \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{4m+4, m \in \mathbf{Z}\}$, $C = \{n^2, n \in \mathbf{Z}\}$, $D = \{n^2, n \in \mathbf{N}\}$, dove $\mathbf{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ e $\mathbf{Z} = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$.
 - (a) Elencare alcuni elementi di A , B , C e D . Determinare se $16, 20 \in B$, se $16, 20 \in C$, se $-16 \in C$.
 - (b) Esibire un elemento x tale che $x \in B$ e $x \notin D$.
 - (c) Determinare se alcuni di questi insiemi coincidono: in tal caso dimostrare che effettivamente il primo è contenuto nel secondo e il secondo nel primo.
 - (d) Determinare $A \cup B$, $A \cap B$, $A \cap C$, $D \setminus A$.
 - (e) Determinare $\mathbf{Z} \setminus A$.
2. Siano dati gli insiemi $A = \{7n^2, n \in \mathbf{Z}, -5 \leq n \leq 5\}$, $B = \{m(m+1)/2, m \in \mathbf{Z}, 1 \leq m \leq 5\}$, $C = \{7n^2, n \in \mathbf{Z}, 0 \leq n \leq 5\}$
 - (a) Elencare tutti gli elementi di A e B .
 - (b) Determinare $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus C$.
 - (c) Determinare se la funzione $f: \{n \in \mathbf{Z}, -5 \leq n \leq 5\} \rightarrow A$, definita da $f(n) = 7n^2$ è iniettiva.
 - (d) Determinare se la funzione $f: \{n \in \mathbf{Z}, 0 \leq n \leq 5\} \rightarrow A$, definita da $f(n) = 7n^2$ è iniettiva.
 - (e) Determinare se esiste un'applicazione iniettiva $f: A \rightarrow C$.
3. Siano dati gli insiemi $A = \{4n, n \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{6m, m \in \mathbf{Z}\}$, $C = \{5n, n \in \mathbf{Z}\}$.
 - (a) Elencare alcuni elementi di A , B , C .
 - (b) Determinare $A \cap B$, $A \cap C$, $B \cap C$ ed elencare alcuni elementi in ognuno di essi.
 - (c) Determinare $A \cup B$, $A \cup C$, $B \cup C$ ed elencare alcuni elementi in ognuno di essi.
4. Siano dati gli insiemi $A = \{4n, n \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{6m, m \in \mathbf{Z}\}$, $C = \{5n, n \in \mathbf{Z}\}$.
 - (a) Verificare che $f: \mathbf{Z} \rightarrow A$, definita da $f(n) = 4n$ è un'applicazione iniettiva. È anche suriettiva?
 - (b) Determinare un'applicazione iniettiva $f: \mathbf{Z} \rightarrow B$.
 - (c) Determinare se l'applicazione $f: \mathbf{Z} \rightarrow C$, definita da $f(n) = 5n + 25$ è iniettiva e se è suriettiva.
5. Siano A e B insiemi finiti con n elementi.
 - (a) Verificare che se f è iniettiva, allora è anche suriettiva.
 - (b) Verificare che se f è suriettiva, allora è anche iniettiva.
 - (c) Determinare un'applicazione $f: \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Z}$ che sia iniettiva, ma non suriettiva.
 - (c) Determinare un'applicazione $f: \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Z}$ che sia suriettiva, ma non iniettiva.
6. Siano dati gli insiemi

$$A = \{x \in \mathbf{Z} \mid x = 2 + 4k, k \in \mathbf{Z}\}, \quad B = \{x \in \mathbf{Z} \mid x = 3 + 4k, k \in \mathbf{Z}\}$$

$$C = \{x \in \mathbf{Z} \mid x = 6 + 4k, k \in \mathbf{Z}\}, \quad D = \{x \in \mathbf{Z} \mid x = 12 + 4k, k \in \mathbf{Z}\}$$

- (a) Disegnare sulla retta reale gli insiemi A , B , C , D .
 - (b) Determinare se alcuni di questi insiemi sono uno contenuto nell'altro o se alcuni di questi insiemi coincidono. Giustificare bene le affermazioni.
7. Siano dati gli insiemi

$$A = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mid 3x_1 - 2x_2 = 0 \right\}, \quad B = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mid x_1 + x_2 = 0 \right\}$$

$$C = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mid \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 = 0 \\ x_1 + x_2 = 0 \end{cases} \right\}, \quad D = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mid (3x_1 - 2x_2)(x_1 + x_2) = 0 \right\}.$$

- (a) Calcolare e disegnare A , B , $A \cap B$ ed $A \cup B$.
 - (b) Determinare se alcuni di questi insiemi sono uno contenuto nell'altro o se alcuni di questi insiemi coincidono. Giustificare bene le affermazioni.
8. Siano dati gli insiemi $A = \{a, b, c, d, f, g, h, l, m\}$ e $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
- (a) Esiste $f: A \rightarrow B$ iniettiva ?

- (b) Esiste $f: A \rightarrow B$ suriettiva ?
 - (c) Costruire $f: A \rightarrow B$ suriettiva.
 - (d) Costruire $f: A \rightarrow B$ non suriettiva.
9. Siano dati gli insiemi $A = \{a, b, c, d, f, g\}$ e $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.
- (a) Costruire $f: A \rightarrow B$ iniettiva. In quanti modi si può fare?
 - (b) Costruire $f: A \rightarrow B$ non iniettiva.
 - (c) Esiste $f: A \rightarrow B$ suriettiva ?
10. Siano dati gli insiemi $A = \{a, b, c, d, f, g\}$ e $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
- (a) Costruire $f: A \rightarrow B$ iniettiva. In quanti modi si può fare?
 - (b) Costruire $f: A \rightarrow B$ non iniettiva.
 - (c) Costruire $f: A \rightarrow B$ suriettiva. In quanti modi si può fare?
 - (d) Costruire $f: A \rightarrow B$ non suriettiva.
11. Sia $f: \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Z}$ la funzione definita da $f(n) = 2n - 2$.
- (a) Determinare se f è iniettiva.
 - (b) Determinare se f è suriettiva.
 - (c) Disegnare l'immagine $f(\mathbf{Z})$ sulla retta reale.
12. Sia $f: \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{Z}$ la funzione definita da $f(n) = (n - 1)(n - 3)$.
- (a) Determinare se f è iniettiva.
 - (b) Determinare se f è suriettiva.
 - (c) Disegnare l'immagine $f(\mathbf{N})$ sulla retta reale.
13. Siano date le funzioni

$$f: A \rightarrow B, \quad g: B \rightarrow C, \quad h: C \rightarrow D.$$

Usando le definizioni, verificare che $h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$, dove \circ indica la composizione di funzioni.