

**Esercitazione 6.** Trigonometria: le funzioni seno, coseno, tangente. Semplici applicazioni geometriche. Equazioni e disequazioni trigonometriche.

1. Determinare  $\sin \theta$  e  $\cos \theta$  per i seguenti valori dell'angolo  $\theta$ :

$$\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{3}, -\pi, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{3}.$$

Determinare per quali valori di  $\theta$  la funzione  $\tan \theta$  è ben definita e quanto vale.

2. Determinare tutti gli  $x \in \mathbf{R}$  che soddisfano le equazioni

$$\cos x = \frac{1}{2}, |\cos x| = \frac{1}{2}, \sin x = \cos x, |\sin x| = |\cos x|, \tan x = 1.$$

3. Determinare tutti gli  $x \in \mathbf{R}$  che soddisfano le equazioni

$$2 \sin^2 x - \sin x - 1 = 0, \sin^4 x - 4 \sin^2 x \cos^2 x + 3 \cos^4 x = 0, \sin(2x) = \sin x.$$

4. Determinare tutti gli  $x \in \mathbf{R}$  che soddisfano le disequazioni

$$\cos^2 x < \frac{1}{2}, -1 < \cos(2x) < 0, \tan x < 1, \tan^2 x - \sqrt{3} \tan x < 0.$$

5. Sia  $T$  un triangolo rettangolo. Calcolare le lunghezze dei lati di  $T$  nel caso in cui un angolo acuto è il doppio dell'altro e la sua area è uguale a  $144\sqrt{3}$ .
6. Sia  $T$  un triangolo rettangolo. Calcolare le lunghezze dei cateti di  $T$  nel caso in cui la lunghezza della sua ipotenusa sia uguale a  $2\sqrt{2}$  e la differenza delle tangenti dei suoi angoli acuti sia uguale a  $2\sqrt{3}$ .
7. Sia  $T$  un triangolo isoscele. Calcolare l'area di  $T$  sapendo che i due lati uguali hanno lunghezza  $a$  e formano un angolo di ampiezza  $2\gamma$ .
8. Sia  $T$  un triangolo isoscele. Calcolare le lunghezze dei lati di  $T$  nel caso in cui il perimetro sia 100 e l'angolo al vertice ha ampiezza  $120^\circ$ .
9. Sia  $R$  un rombo. Calcolare l'area di  $R$  sapendo che i suoi lati hanno lunghezza 6 e un suo angolo interno ha ampiezza  $150^\circ$ .
10. Le tangenti condotte ad un cerchio da un punto  $P$  esterno ad esso formano un angolo di  $30^\circ$ . Calcolare la distanza di  $P$  dal centro  $O$ , e l'area del quadrilatero formato dalle due tangenti e dai due raggi nei punti di tangenza nel caso in cui il raggio del cerchio sia uguale a  $3\sqrt{2}$ .  
*Suggerimento:* è utile tenere presente che  $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$  e  $\cos 15^\circ = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ .