

- La funzione esponenziale a^x e la funzione logaritmo $\ln_a x$, in base $a > 1$.
- La funzione esponenziale a^x e la funzione logaritmo $\ln_a x$, in base $0 < a < 1$.

Esercizi:

1. Determinare tutti gli $x \in \mathbf{R}$ che soddisfano le seguenti equazioni

$$2^{2x+2} = 2^{x^2}, \quad 4^x \left(\frac{1}{2}\right)^{3-2x} = 8(2^x)^2, \quad 4^x + 8(4^{-x}) = 6, \quad 2^{x+3} = 4^{x+5}.$$

2. Determinare tutti gli $x \in \mathbf{R}$ che soddisfano le seguenti equazioni

$$9^x - 3^{x+1} + 2 = 0.$$

3. Determinare tutti gli $x \in \mathbf{R}$ che soddisfano le seguenti disequazioni

$$25^x > 5, \quad 8^{x+2} > 32^{4x+1}, \quad 2^{x+1} \geq 2^{x^2+1}, \quad 36^x > 6, \quad 2^{3x+1} > 1.$$

4. Sia $a > 1$. Determinare tutti gli $x \in \mathbf{R}$ per cui le seguenti espressioni sono ben definite

$$\log_a(x^2 + x + 1), \quad \log_a(x^2 - 4), \quad \log_a\left(\frac{x-1}{x+1}\right).$$

5. Sia $a > 1$. Determinare tutti gli $x \in \mathbf{R}$ che soddisfano le seguenti equazioni

$$\log_a(x^2 + x + 1) = 1, \quad \log_a\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = 1, \quad \log_a(x-1) = 0.$$

6. Scrivere $f: \mathbf{R}_{>0} \rightarrow \mathbf{R}$, data da $f(x) = (\log_a x)^2$ come composizione di funzioni.
7. Scrivere $g: \mathbf{R} \setminus 0 \rightarrow \mathbf{R}$, data da $g(x) = \log_a(x^2)$ come composizione di funzioni.
8. Sia $a > 1$. Determinare tutti gli $x \in \mathbf{R}$ per cui vale la disuguaglianza $(\log_a x)^2 > \log_a x$.
9. Sia $a > 1$. Determinare tutti gli $x \in \mathbf{R}$ per cui vale la disuguaglianza $\log_a(x^2) > \log_a x$.