

• Insiemi, sottoinsiemi, operazioni sugli insiemi: \subset , \cap , \cup , \setminus , \times , \mathcal{C} .

• $\mathbf{N} \subset \mathbf{Z} \subset \mathbf{Q} \subset \mathbf{R} \subset \mathbf{C}$

• Intervalli della retta reale; equazioni e disequazioni lineari.

• Esercizi:

1. Siano dati gli insiemi $A = \{7n^2, n \in \mathbf{Z}, -5 \leq n \leq 5\}$, $B = \{m(m+1)/2, m \in \mathbf{Z}, 1 \leq m \leq 5\}$, $C = \{7n^2, n \in \mathbf{Z}, 0 \leq n \leq 5\}$

(a) Elencare tutti gli elementi di A , B e C .

(b) Determinare $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus C$.

2. Siano dati gli insiemi $A = \{4n, n \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{4m+4, m \in \mathbf{Z}\}$, $C = \{n^2, n \in \mathbf{Z}\}$, $D = \{n^2, n \in \mathbf{N}\}$, dove $\mathbf{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ e $\mathbf{Z} = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$.

(a) Elencare alcuni elementi di A , B , C e D . Determinare se $16, 20 \in B$, se $16, 20 \in C$, se $-16 \in C$.

(b) Esibire un elemento x tale che $x \in B$ e $x \notin D$.

(c) Determinare se alcuni di questi insiemi coincidono.

(d) Determinare $A \cup B$, $A \cap B$.

(e) Determinare $\mathbf{Z} \setminus A$.

3. Siano dati gli insiemi $A = \{4n, n \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{6m, m \in \mathbf{Z}\}$, $C = \{5n, n \in \mathbf{Z}\}$.

(a) Elencare alcuni elementi di A , B , C .

(b) Elencare alcuni elementi di $A \cap B$, $A \cap C$, $B \cap C$.

(c) Elencare alcuni elementi di $A \cup B$, $A \cup C$, $B \cup C$.

4. Dati $A = \{x \in \mathbf{R} \mid x < 3\}$, $B = \{x \in \mathbf{R} \mid x > 3\}$, $C = \{x \in \mathbf{R} \mid x > 0\}$, $D = \{x \in \mathbf{R} \mid x < 0\}$, determinare e descrivere mediante disequazioni gli insiemi

$$A \cup C, \quad A \setminus C, \quad A \cap D, \quad \mathbf{R} \setminus (B \cup C).$$

5. Dati $A = \{x \in \mathbf{R} \mid x < 3\}$, $B = \{x \in \mathbf{R} \mid x > 3\}$, $C = \{x \in \mathbf{R} \mid x > 0\}$, $D = \{x \in \mathbf{R} \mid x < 0\}$, descrivere i seguenti insiemi in termini di A , B , C , D :

$$X = \{x \in \mathbf{R} \mid (x-3)x > 0\}, \quad Y = \{x \in \mathbf{R} \mid \begin{cases} x-3 < 0 \\ x < 0 \end{cases}\} \quad Z = \{z \in \mathbf{R} \mid \frac{x-3}{x} < 0\}.$$

6. Determinare almeno tre punti su ognuna delle rette del piano di equazione

$$x + y = 2, \quad 2x - y = 2, \quad y = -1, \quad x = 0.$$

Disegnarle.

7. Scrivere l'equazione della retta passante per i punti P e Q nei seguenti casi

$$P = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad Q = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad P = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad Q = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad P = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad Q = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

8. Siano dati gli insiemi

$$A = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mid 3x_1 - 2x_2 = 0 \right\}, \quad B = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mid x_1 + x_2 = 0 \right\}$$

$$C = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mid \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 = 0 \\ x_1 + x_2 = 0 \end{cases} \right\}, \quad D = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mid (3x_1 - 2x_2)(x_1 + x_2) = 0 \right\}.$$

(a) Calcolare e disegnare A , B , $A \cap B$ ed $A \cup B$.

(b) Determinare se alcuni di questi insiemi sono uno contenuto nell'altro o se alcuni di questi insiemi coincidono. Giustificare bene le affermazioni.

9. Disegnare i seguenti sottoinsiemi del piano cartesiano

$$A = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mid x > 1 \right\}, \quad B = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mid y < 0 \right\}, \quad C = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mid x + y \geq 1 \right\}, \quad D = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mid 2x - y \leq 0 \right\}$$

$$A \cap B, \quad A \cup B, \quad C \cap D, \quad C \cup D. \quad (*)$$

10. Esprimere i sottoinsiemi del piano in (*) mediante disequazioni.