

1. Siano date le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 5 \\ 3 & 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 4 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 8 \\ 1 & -1 & 0 & 8 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 8 \\ -1 & 5 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

- (i) Calcolare tutti i possibili prodotti fra coppie di matrici dell'insieme $\{A, B, C, D\}$.
 (ii) Calcolare le matrici trasposte ${}^tA, {}^tB, {}^tC, {}^tD$.
 (iii) Calcolare tutti i possibili prodotti fra coppie di matrici dell'insieme $\{{}^tA, {}^tB, {}^tC, {}^tD\}$.
2. Siano $A = \begin{pmatrix} 2 & -6 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$. Calcolare $A \cdot (B \cdot C)$ e $(A \cdot B) \cdot C$.
3. Determinare due matrici A, B per cui esiste $A \cdot B$ ma non esiste $B \cdot A$.
4. Determinare due matrici non quadrate A, B per cui esistono entrambi i prodotti $A \cdot B$ e $B \cdot A$ e calcolarli.
5. Determinare due matrici quadrate A, B per cui i prodotti $A \cdot B$ e $B \cdot A$ sono diversi: $A \cdot B \neq B \cdot A$.
6. Determinare due matrici $A \neq B$, diverse dalla matrice nulla O , tali che $A \cdot B = O$.
7. Determinare una matrice A , diversa dalla matrice nulla O , tale che $A^2 = O$.
8. Determinare una matrice A , diversa dalla matrice identità, tale che $A^2 = A$.
9. Sia $A = \begin{pmatrix} 2 & -6 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$. Determinare due matrici B, C quadrate 2×2 , diverse tra loro $B \neq C$, tali che $A \cdot B \neq A \cdot C$.
10. Siano $A = \begin{pmatrix} 2 & -6 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$. Calcolare ${}^tA \cdot {}^t(B \cdot C)$ e ${}^t(A \cdot B) \cdot {}^tC$.