1. Determinare quali dei seguenti insiemi di vettori in $\mathbf{R}^2$ sono linearmente indipendenti:

$$\left\{\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}\right\},\quad \left\{\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2\\2\end{pmatrix}\right\},\quad \left\{\begin{pmatrix}-1\\-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2\\2\end{pmatrix}\right\},\quad \left\{\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}\right\};$$

in ognuno dei casi disegnare il sottoinsieme di $\mathbf{R}^2$ da essi generato e dire di che luogo geometrico si tratta.

2. Siano $A = \operatorname{span}\left\{\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}\right\}$ e $B = \left\{\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\right\}$. Determinare se $\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix} \in A$, se $\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix} \in B$, se $\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix} \in A$, se $\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix} \in B$.

3. Determinare quali dei seguenti insiemi di vettori in $\mathbf{R}^3$ sono linearmente indipendenti:

$$\left\{\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\right\},\quad \left\{\begin{pmatrix}1\\3\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3\\1\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2\\2\\4\end{pmatrix}\right\},\quad \left\{\begin{pmatrix}-1\\-1\\-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3\\1\\-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2\\2\\2\end{pmatrix}\right\},\quad \left\{\begin{pmatrix}3\\2\\1\end{pmatrix}\right\},$$

$$\left\{\begin{pmatrix}1\\3\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3\\1\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2\\2\\4\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2\\2\\2\end{pmatrix}\right\};$$

in ognuno dei casi disegnare approssimativamente il sottoinsieme di $\mathbf{R}^3$ da essi generato e dire di che luogo geometrico si tratta.

4. Siano $A = \operatorname{span}\left\{\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\right\}$ e $B = \left\{\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\1\\-1\end{pmatrix}\right\}$. Determinare se $\begin{pmatrix}1\\1\\3\end{pmatrix} \in A$, se $\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix} \in B$, se $\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix} \in A$, se $\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} \in B$.

5. Costruire insiemi di 1, 2, 3, 4 vettori linearmente dipendenti in $\mathbf{R}^2$;
Costruire insiemi di 1, 2, 3, 4, 5 vettori linearmente dipendenti in $\mathbf{R}^3$.