1. Determinare quali delle seguenti matrici hanno determinante non nullo. In tal caso, determinarne l'inversa (usando le formule).

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 7 & b \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2a & c \\ c & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ a & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ \sin\theta & -\cos\theta \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 6 & 0 & 1 \\ 0 & a & 0 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & a & 0 \\ b & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 2 & b & 0 \\ 1 & 1 & c \end{pmatrix}.$$

2. Usando il Teorema di Laplace, calcolare il determinante delle seguenti matrici

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Sia M una matrice quadrata a coefficienti reali tale che ${}^tM \cdot M = I_n$.
   (i) Determinare M^{-1}.
   (i) Che valori può assumere $\det(M)$?

4. Siano M ed N matrici quadrate. Supponiamo che $\det(M) = 2$ e $\det(N) = 3$.
   (i) Calcolare $\det(M^2 \cdot N^{-1})$;
   (ii) Calcolare $\det({}^tM^3 \cdot N^{-2} \cdot M^{-1})$.
   (iii) Verificare che la matrice ${}^tM^{-1} \cdot {}^tN^{-1}$ è invertibile e che la sua inversa è data da ${}^tN \cdot {}^tM$.
   (iv) Verificare che le matrici M ed $N \cdot M \cdot N^{-1}$ hanno determinante uguale.

5. Siano dati i numeri complessi $z = 3+2i$ e $w = 1-i$. Determinare parte reale, parte immaginaria e modulo dei seguenti numeri complessi

$$z + 2w, \quad z^{-1}, \quad zw, \quad 2z - (3w)^{-1}, \quad (zw)^{-1}, \quad z^3.$$

6. Siano dati i numeri complessi $z = \cos\theta + i\sin\theta$ e $w = 3(\cos\varphi + i\sin\varphi)$. Calcolare modulo e argomento dei numeri complessi

$$\bar{z}, \quad z^{-1}, \quad 2w, \quad zw, \quad z^2, \quad w^3.$$