

Nell'esercizio 1, si consideri fissato una volta per tutte un riferimento cartesiano ortogonale, -  $RC(O, E)$  per  $\mathbf{R}^2$ , con coordinate cartesiane  $(x_1, x_2)$ , mentre negli altri esercizi si consideri fissato una volta per tutte un riferimento cartesiano ortogonale  $RC(O, E)$  per  $\mathbf{R}^3$  con coordinate cartesiane  $(x_1, x_2, x_3)$ .

1. Siano  $r_1$  e  $r_2$  due rette passanti ambedue per il punto  $p_0 = (2, -1)$  e rispettivamente per  $q_1 = (18/5, 1/5)$  la prima e per  $q_2 = (2, 1)$  la seconda. Assumiamo che tali rette siano tangenti ad una circonferenza  $\mathbf{C}$  rispettivamente in  $q_1$  ed in  $q_2$ .
  - (i) Determinare il centro  $c$ , il raggio  $r$  e l'equazione cartesiana di  $\mathbf{C}$ ;
  - (ii) Disegnare la circonferenza  $\mathbf{C}$ .
  - (iii) Presi infine  $\mathbf{v} = (1, 2)$  e  $\mathbf{w} = (-1, -1)$ , due vettori di  $\mathbf{R}^2$ , calcolare l'orientazione della coppia ordinata  $\{\mathbf{v}, \mathbf{w}\}$ , i.e.  $Or(\mathbf{v}, \mathbf{w})$ ;

2. Dati i vettori

$$\mathbf{x} = (0, 1, 0), \mathbf{y} = (1, 1, 1), \mathbf{z} = (2, 0, 1)$$

in  $\mathbf{R}^3$ ,

- (i) calcolare il volume del parallelepipedo avente come spigoli i tre vettori dati;
- (ii) calcolare l'orientazione della terna ordinata  $\{\mathbf{y}, \mathbf{x}, \mathbf{z}\}$ .

3. Siano assegnati in  $\mathbf{R}^3$  la retta

$$r : x - y = y + 2z = 0,$$

ed il piano

$$\Pi : x + z = 0.$$

Calcolare le equazioni cartesiane e parametriche della retta  $r'$  che é la proiezione ortogonale di  $r$  sul piano  $\Pi$ .

4. Sono assegnate in  $\mathbf{R}^3$  la retta

$$r : x - y - 1 = z = 0,$$

ed il piano

$$\Pi : x + 2y - z = 0.$$

- (i) Determinare il piano  $\Lambda$  contenente  $r$  e normale a  $\Pi$ ;
- (ii) Determinare la retta  $s$ , proiezione ortogonale di  $r$  su  $\Pi$ ;
- (iii) Determinare l'angolo convesso  $\theta(r, s)$  tra  $r$  ed  $s$ ;

5. Dati i tre punti

$$A = (0, 1, 0), B = (1, 1, 1), C = (2, 0, 1)$$

in  $\mathbf{R}^3$

- (i) Verificare che i tre punti non sono allineati;
- (ii) Scrivere le equazioni cartesiane dell'unica circonferenza passante per i 3 punti.