

1. Siano date le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 5 \\ 3 & 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 4 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 8 \\ 1 & -1 & 0 & 8 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 8 \\ -1 & 5 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

- (i) Calcolare tutti i possibili prodotti fra coppie di matrici dell'insieme  $\{A, B, C, D\}$ .  
(ii) Calcolare le matrici trasposte  ${}^tA, {}^tB, {}^tC, {}^tD$ .  
(iii) Calcolare tutti i possibili prodotti fra coppie di matrici dell'insieme  $\{{}^tA, {}^tB, {}^tC, {}^tD\}$ .

2. Siano  $A = \begin{pmatrix} 2 & -6 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$ . Calcolare  $A \cdot (B \cdot C)$  e  $(A \cdot B) \cdot C$ .

3. Determinare due matrici  $A, B$  per cui esiste  $A \cdot B$  ma non esiste  $B \cdot A$ .

4. Determinare due matrici non quadrate  $A, B$  per cui esistono entrambi i prodotti  $A \cdot B$  e  $B \cdot A$  e calcolarli.

5. Determinare due matrici quadrate  $A, B$  per cui i prodotti  $A \cdot B$  e  $B \cdot A$  sono diversi:  $A \cdot B \neq B \cdot A$ .

6. Determinare due matrici  $A \neq B$ , diverse dalla matrice nulla  $O$ , tali che  $A \cdot B = O$ .

7. Determinare una matrice  $A$ , diversa dalla matrice nulla  $O$ , tale che  $A^2 = O$ .

8. Determinare una matrice  $A$ , diversa dalla matrice identità, tale che  $A^2 = A$ .

9. Sia  $A = \begin{pmatrix} 2 & -6 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ . Determinare due matrici  $B, C$  quadrate  $2 \times 2$ , diverse tra loro  $B \neq C$ , tali che  $A \cdot B \neq A \cdot C$ .

10. Siano  $A = \begin{pmatrix} 2 & -6 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$ . Calcolare  ${}^tA \cdot {}^t(B \cdot C)$  e  ${}^t(A \cdot B) \cdot {}^tC$ .