1. Siano dati i punti $(t, s) \in \mathbf{R}^2$:

$$(0, -2), \quad (1, -1), \quad (2, -1), \quad (3, 0), \quad (4, 1), \quad (5, 1).$$

Col metodo dei minimi quadrati, determinare la retta che passa più vicina a tali punti.

2. Dimostrare che se $\lambda \in \mathbf{R}$ è autovalore di una matrice quadrata reale A , è anche autovalore della matrice trasposta ${}^t A$.
3. Sia A una matrice quadrata $n \times n$ con coefficienti in $\mathbf{R}$. Siano $\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_n$ le colonne di A .
- (a) Dimostrare che $|\det A| \leq \|\mathbf{v}_1\| \cdot \dots \cdot \|\mathbf{v}_n\|$.
- (b) Per $n = 3$, esibire una A per cui vale l'uguaglianza e una per cui vale la disuguaglianza.
4. Determinare l'equazione della conica $\mathcal{C} : x^2 + 2y^2 - 1 = 0$ dopo una rotazione di $\pi/4$ intorno al punto $P = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.
5. Sia data la conica $\mathcal{C} : 2x^2 - 4xy - y^2 - 4x = 0$. Determinare un'isometria del piano che porti $\mathcal{C}$ in forma canonica. Che conica è?
6. Disegnare la conica $\mathcal{C} : 3x^2 - 10xy + 3y^2 - 6x - 10y = 0$.
7. Disegnare la conica $\mathcal{C} : 3y^2 - 4xy + 4x - 2y - 1 = 0$.
8. Disegnare la conica C in $\mathbf{R}^2$ di equazione $x^2 - 2xy + y^2 = 1$.
- (a) Determinare una forma canonica metrica di C .
- (b) Determinare un'isometria di $\mathbf{R}^2$ che la riduca a tale forma.
9. Determinare l'equazione della parabola con asse di simmetria la retta $y = 0$, vertice $V = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ e passante per il punto $P = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$.
10. Determinare l'iperbole che passa per l'origine e ha come asintoti le rette $y = 2x + 1$ e $y = -2x + 3$.