

1. Sia dato l'enunciato $\mathcal{A} : (A \vee B) \wedge \neg B$, per $A, B \in \{V, F\}$.
 - (a) Usando i quantificatori \forall, \exists esprimere i seguenti fatti:
 “ \mathcal{A} non è una tautologia”, “ \mathcal{A} non è una contraddizione”.
 - (b) Usare la tabella di verità di \mathcal{A} per controllare che effettivamente \mathcal{A} non è né una tautologia né una contraddizione.

2. Sia dato l'enunciato

$$\text{Sia } \mathcal{F} = \{f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, C^\infty\}. \quad \forall f \in \mathcal{F} : f' > 0 \Rightarrow f > 0. \quad (*)$$

- (a) Scrivere cosa vuol dire “a parole”.
- (b) Determinare se è vero o falso.
- (c) Scrivere la negazione di (*) (non ci devono essere negazioni davanti ai quantificatori).
- (d) L'enunciato (*) o la sua negazione è falso: dimostrarlo con un controesempio.

3. Sia dato l'enunciato

$$\forall x \in \mathbf{R} : x^2 > 0 \Rightarrow x > 0.$$

- (a) Determinare se è vero o falso.
- (b) Se è vero dimostrarlo; se è falso dimostrare che è vera la sua negazione (esibire un controesempio esplicito).

4. Sia dato l'enunciato

$$\text{Siano } A, B, C \text{ insiemi. } \forall A, B, C : A \cap B \neq \emptyset \wedge B \cap C \neq \emptyset \Rightarrow A \cap C \neq \emptyset.$$

- (a) Determinare se è vero o falso.
- (b) Scrivere la sua negazione.
- (c) Se è vero dimostrarlo; se è falso dimostrare che è vera la sua negazione (esibire un controesempio esplicito).

5. Sia dato l'enunciato

$$\text{Siano } A, B, C \text{ insiemi. } \forall C : (A \cap C = B \cap C) \wedge (A \cup C = B \cup C) \Rightarrow A = B.$$

- (a) Determinare se è vero o falso.
 - (b) Scrivere la sua negazione.
 - (c) Se è vero dimostrarlo; se è falso dimostrare che è vera la sua negazione (esibire un controesempio esplicito).
-

1. A partire dalla seguente informazione

$$62 \cdot 61728 - 97 \cdot 39455 = 1.$$

- (a) Determinare $\text{mcd}(62, 97)$, $\text{mcd}(62, 39455)$, $\text{mcd}(61728, 97)$, $\text{mcd}(61728, 39455)$.
 - (b) Determinare $\overline{62}^{-1} \in \mathbf{Z}_{39455}^*$, $\overline{61728}^{-1} \in \mathbf{Z}_{39455}^*$, $\overline{61728}^{-1} \in \mathbf{Z}_{97}^*$, $\overline{62}^{-1} \in \mathbf{Z}_{97}^*$.
 - (c) Quali altri inversi possiamo ricavare da questa informazione?
2. Calcolare il resto della divisione di $11^{100000002}$ per 101.
 3. A partire dalle equazioni

$$692 = 7 \cdot 97 + 13, \quad 97 = 7 \cdot 13 + 6, \quad 13 = 2 \cdot 6 + 1,$$
 determinare $\text{mcd}(692, 97)$ e due numeri $A, B \in \mathbf{Z}$ tali che $A \cdot 692 + B \cdot 97 = \text{mcd}(692, 97)$.
 4. Sia $n = 226$. È vero che $\overline{3}^{-1} = \overline{151}$ in \mathbf{Z}_{226}^* ? Giustificare la risposta.
 5. Enunciare il Teorema di Lagrange per \mathbf{Z}_{60}^* . Possiamo applicarlo per calcolare $5^{34567} \pmod{60}$?