

1. Siano  $X, Y$  e  $Z$  insiemi. Siano dati gli enunciati

$$A: "x \in X", \quad B: "x \in Y", \quad C: "x \in Z".$$

(a) Combinando  $A, B, C$  mediante gli operatori logici  $\wedge, \vee, \neg$  esprimere i seguenti fatti:  
 $x \notin X$ ;  $x \in Y \cup Z$ ;  $x \notin Y \cup Z$ ;  $x \in X \cap Y \cap Z$ ;  $x \in X \setminus Y \cap Z$ ;  $x \notin X \cap Y$ ;  
 $x \in X \cap (Y \cup Z)$ ;  $x \in X \cup (Y \cap Z)$ ;  $x \in (X \cup Y) \cap (X \cup Z)$ ;  $x \in (X \setminus Y) \cap (X \cap Z)$ .

(b) Cosa dicono su  $x$  gli enunciati

$$\neg A \wedge B; \quad A \wedge (B \vee \neg C); \quad \neg(A \vee (B \wedge C)); \quad A \vee \neg(B \wedge C); \quad \neg(A \vee B) \vee (A \vee B)??$$

2. Sia  $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$  un'algebra di Boole (con somma  $+$ , prodotto  $\cdot$ , complemento  $'$ , elemento neutro della somma  $0$ , elemento neutro del prodotto  $1$ ).

(a) Semplificare i seguenti monomi in  $B$ , dicendo quali proprietà delle operazioni vengono usate

$$xyzwz'x, \quad xywvyx'z', \quad xy'z'w'xy, \quad txyywwwwz'.$$

3. In un'algebra di Boole  $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$ , siano date le seguenti espressioni booleane

$$xyz(zw)', \quad (2xyz^3)'xyz', \quad (x^2y^3w(zwz')')', \quad (x+y)'(z+x'+yy')' + xyz',$$

dove  $x^n = x \cdot x \cdot \dots \cdot x$   $n$  volte, e  $nx = x + x + \dots + x$   $n$  volte.

(a) Portarle in *forma normale disgiuntiva* (per le definizioni vedi Appunti), dicendo quali proprietà delle operazioni vengono usate.

(b) Portarle in *forma normale disgiuntiva completa*.

4. In un'algebra di Boole  $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$ , sia data l'espressione Booleana  $E: xy' + xz$ .

(a) A quale espressione corrisponde nell'algebra di Boole del calcolo proposizionale  $(P, \vee, \wedge, \neg)$ ?

(b) A quale espressione corrisponde nell'algebra di Boole  $(D_m, |, mcd, mcm)$  (con  $m$  prodotto di primi distinti)?

(c) A quale espressione corrisponde nell'algebra di Boole  $(\mathcal{A} = \{0, 1\} \times \{0, 1\} \times \{0, 1\}, \oplus, \otimes, \neg)$  definita nell'esercizio 4 del foglio Esercizi 7- 2008?

5. Verificare che  $\neg(\neg(\neg p \vee q) \vee r) \vee \neg(\neg r \vee p) \vee (\neg s \vee p)$  è una tautologia. Se consideriamo l'espressione booleana corrispondente nell'algebra di Boole  $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$  e la semplifichiamo, cosa troviamo alla fine?

6. In un'algebra di Boole  $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$ , siano date le espressioni Booleane

$$xy' + xz, \quad xy'z + xyz' + x'y'z', \quad xyz + xz' + xy'z' + x'yz'.$$

(a) Scrivere ognuna di esse come somma di tutti gli implicanti primi.

(b) Per ognuna di esse determinare una forma minimale e controllare se è unica.