

Cognome

Nome

Inserire le risposte negli spazi predisposti, accompagnandole con *spiegazioni chiare e sintetiche*.

NON SI ACCETTANO RISPOSTE SCRITTE SU ALTRI FOGLI. Ogni esercizio vale 5 punti.

-
1. *Determinare quale di questi sistemi di congruenze ha soluzioni intere*

$$\begin{cases} x \equiv 4 \pmod{6} \\ x \equiv 5 \pmod{3} \end{cases} \quad \begin{cases} 2x \equiv 0 \pmod{5} \\ x \equiv 2 \pmod{11} \end{cases}$$

spiegando la risposta. Determinare tutte le soluzioni intere del sistema compatibile. Determinare le soluzioni comprese nell'intervallo $[-50, 100]$.

2. *Siano A e B insiemi e sia $f: A \rightarrow B$ una funzione.*
- (a) Richiamare la definizione di funzione iniettiva.*
 - (b) Determinare se la funzione $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, data da $f(n) = 3 - 2n^2$ è iniettiva. È suriettiva? (spiegare).*
 - (c) Determinare l'immagine tramite f dell'insieme $\{x \in \mathbb{Z}, -5 \leq x \leq 2\}$.*

3. *Sia p un numero primo e sia \mathbb{Z}_p^* il gruppo delle classi resto modulo p che hanno inverso moltiplicativo.*
- (a) Quanti elementi ha \mathbb{Z}_p^* ? (spiegare bene la risposta).*
 - (b) Elencare tutti gli elementi di \mathbb{Z}_{13}^* e per ognuno di essi indicare l'inverso moltiplicativo, verificando la risposta.*
 - (c) Calcolare $\bar{5}^{153} \cdot \bar{3}^{13} + \bar{6}^{15}$ in \mathbb{Z}_{11} .*

