

1. Sia n un intero positivo. Per definizione

$$a \equiv b \pmod{n} \quad \text{se} \quad a \text{ e } b \text{ divisi per } n \text{ danno lo stesso resto.}$$

Verificare che

$$a \text{ e } b \text{ divisi per } n \text{ danno lo stesso resto} \Leftrightarrow n \text{ divide } a - b.$$

2. (a) Determinare il resto della divisione di 3456789 per 10.
 (b) Determinare il resto della divisione per 2 del numero $(1100110)_2$.
 (c) Determinare il resto della divisione per 3 del numero $(210211)_3$.
3. Data la congruenza $17x \equiv 27 \pmod{101}$, determinare quali dei seguenti interi $m = 10, 11, 263, -40$ la soddisfano.
4. Determinare $c \in \mathbf{Z}$ in modo che la congruenza $5x \equiv c \pmod{10}$ non ammetta soluzioni intere.
5. Verificare che le congruenze $4x \equiv 0 \pmod{24}$ e $x \equiv 0 \pmod{6}$ sono equivalenti, cioè hanno esattamente le stesse soluzioni in \mathbf{Z} .
6. Verificare che le congruenze $14x \equiv 2 \pmod{24}$ e $7x \equiv 1 \pmod{12}$ sono equivalenti, cioè hanno esattamente le stesse soluzioni in \mathbf{Z} .
7. Determinare tutte le soluzioni intere delle seguenti congruenze omogenee:

$$3x \equiv 0 \pmod{5}, \quad 2x \equiv 0 \pmod{4}, \quad 3x \equiv 0 \pmod{15}.$$

8. Determinare quali delle seguenti congruenze hanno soluzioni intere. In tal caso determinarle tutte.

$$5x \equiv 8 \pmod{17}, \quad 9x \equiv 26 \pmod{30}.$$

9. Determinare tutte le soluzioni intere delle seguenti congruenze

$$x \equiv 3 \pmod{11}, \quad 3x \equiv 1 \pmod{5}, \quad 9x \equiv 6 \pmod{30}.$$

10. Determinare tutti gli interi positivi di tre cifre che soddisfano la congruenza $5x \equiv 1 \pmod{171}$.

11. Dire quali delle seguenti congruenze sono equivalenti fra loro (spiegare bene la risposta):

$$15x \equiv 6 \pmod{4}, \quad 15x \equiv 10 \pmod{4}, \quad 19x \equiv 10 \pmod{4}, \quad 5x \equiv 2 \pmod{4}.$$

12. Dato il sistema di congruenze

$$\begin{cases} 4x \equiv 2 \pmod{5} \\ 3x \equiv 2 \pmod{7} \end{cases}$$

determinare quali dei seguenti interi $m = 1, 3, 17, 38$ lo soddisfano.