

1. Sia  $(\mathbf{N}, |)$  l'insieme dei numeri naturali con la relazione di ordine parziale data dalla divisibilità.
  - (a) Verificare che si tratta di un reticolo.
  - (b) Dire se si tratta o meno di un reticolo limitato, complementato, distributivo (spiegare bene le risposte).
  - (c) Cosa possiamo dire di  $(\mathcal{P}(\mathbf{N}), \subset)$ ? Spiegare bene.
2. Siano  $2 \leq p < q < r$  numeri primi distinti. Si considerino i seguenti insiemi con l'ordinamento parziale dato dalla divisibilità:

$$(D_{pqr}, |) \quad (D_{p^2r}, |) \quad (D_{p^2q^2}, |) \quad (D_{pqr^2}, |).$$

- (a) Disegnare i corrispondenti diagrammi di Hasse.
  - (b) Dire quali fra essi sono reticoli limitati, complementati e distributivi, spiegando bene le risposte.
  - (c) Costruire un esempio concreto di ognuna delle quattro situazioni e rifare quanto fatto sopra.
3. Siano dati i reticoli

$$(\mathcal{P}(\{a, b\}), \subset), \quad (D_{14}, |), \quad (D_{70}, |), \quad (\mathcal{P}(\{a, b, c\}), \subset).$$

Determinare quali di essi sono isomorfi. Nel caso in cui due reticoli siano isomorfi, determinare tutti i possibili isomorfismi.

4. Siano dati i reticoli

$$(D_{30}, |), \quad (D_{20}, |), \quad (D_{18}, |), \quad (\mathcal{P}(\{a, b, c\}), \subset), \quad (D_{105}, |).$$

Determinare quali di essi sono isomorfi. Nel caso in cui due reticoli siano isomorfi, determinare tutti i possibili isomorfismi.