

INTÉRÊTS SCIENTIFIQUES

de Fabio Gavarini

Dernière mise à jour: 22 Février 2022

— — —

Thèmes de recherche

Mes intérêts scientifiques jusqu'à aujourd'hui ont tourné autour de la théorie des représentations, les théories de Lie et leur quantification: algèbres de Lie, groupes de Lie, groupes algébriques et leur représentations, théorie des invariants, espaces homogènes, théories quantiques, etc. Dans ce domaine très vaste, mon activité de recherche a été concentrée sur trois sillons principaux: groupes algébriques et leur représentations, groupes quantiques, algèbres de Hopf et leurs généralisations. Ci-dessous j'esquisse un bref résumé de mes résultats sur tout cela (*Remarque*: les sigles alphanumériques en crochets se réfèrent à la liste de publications qui suit).

Groupes Algébriques, Représentations et sujets liés: Dans le vaste domaine de la théorie des groupes algébriques et son côté de théorie des représentations, j'ai principalement visé autour de deux sillons principaux: théorie des invariants classique, et théorie des supergroupes (algébriques).

Théorie des Invariants Classique: En théorie des invariants pour les groupes classiques, un rôle central est joué par la dualité de Schur-Brauer-Weyl: celle-ci lie les représentations irréductibles d'un tel groupe aux représentations irréductibles de l'algèbre $A(m)$ centralisante de l'action du groupe lui-même sur $V^{\otimes m}$, où V est la représentation naturelle (sur \mathbf{C}) du groupe. Pour $GL(V)$ ou $SL(V)$, l'algèbre $A(m)$ est un quotient de l'algèbre de groupe du groupe symétrique sur m éléments; si l'on représente ce dernier comme un ensemble de graphes, et son produit comme "composition graphique", on obtient une description combinatoire de $A(m)$. Dans le cas des groupes orthogonaux ou symplectiques par contre, $A(m)$ est quotient de l'algèbre de Brauer: celle-ci a pour base un semigroupe de graphes qui étend le groupe symétrique, et admet encore une description combinatoire convenable. Cette théorie, depuis un siècle désormais, montre une importance centrale en théorie des représentations des groupes classiques, et revient cycliquement à l'attention des spécialistes du secteur en raison de son intérêt intrinsèque et parce que il y a encore (depuis longtemps) beaucoup de problèmes classiques à résoudre.

En ce contexte, l'article [2] utilise la dualité dont on parlait pour étudier le sous-module $T^k(V^{\otimes m})$ des tenseurs de valence k en $V^{\otimes m}$; justement, comprendre la structure de cet espace est l'un des problèmes à résoudre cités ci-dessus. Le résultat en [2] est une description de $T^k(V^{\otimes m})$ comme représentation induite, pour l'algèbre de Brauer, à partir d'une représentation plus simple. Comme sous-produit, cette description, qui au fond est combinatoire, fournit une nouvelle preuve de la formule de restriction de Littlewood (pour tout m assez grand) pour décrire la restriction à $SP(V)$, ou bien à $O(V)$, d'un module irréductible pour $GL(V)$. L'analyse et les résultats ci-dessus sont améliorés en [5], où une description combinatoire plus fine de l'algèbre de Brauer et de ses modules indecomposables nous mène à une nouvelle preuve d'une version plus forte de la formule de restriction

de Littlewood, ce qui améliore en particulier le résultat trouvé par Littlewood lui-même au 1944 pour le groupe orthogonal. Avec les mêmes techniques, en [26] on décrit une grande partie du radical de l'algèbre de Brauer, et de même pour ses modules indecomposables.

Supergroupes: En géométrie classique, les groupes de symétrie intéressants sont les groupes de Lie (dans le contexte différentiel) ou les groupes algébriques (dans le cadre algébrique). En supergéométrie, ceux-ci sont remplacés par les supergroupes de Lie ou algébriques: on peut définir les objets des deux types avec le langage de la topologie (ce qui souligne mieux les aspects sous-jacents de géométrie classique), ou en termes de foncteurs des points (ce qui se prête au mieux pour plus amples généralisations). Ces supergroupes sont strictement liés aux superalgèbres de Lie, via le super-analogue des théorèmes de Lie qui relient les groupes de Lie et les algèbres de Lie dans le cadre classique. Néanmoins, l'étude des superalgèbres de Lie est en quelque sorte plus facile — et on l'a poussé beaucoup plus loin — que celui des supergroupes. En particulier, la classification (et la théorie de structure) des supergroupes est beaucoup moins avancée que celle des superalgèbres de Lie: en fait, même la construction d'exemples est pas mal plus problématique.

En ce contexte, avec les articles [29], [30], [31], [32], [33] et [31-Cor] on avance d'un pas dans la direction de (une espèce de) programme de classification pour les supergroupes algébriques "simples" (en gros). En fait, dans ceux-là on démontre théorèmes d'existence pour tout supergroupe algébrique connexe dont la superalgèbre de Lie soit simple. On rappelle que ces superalgèbres-là (simples, de dimension finie), dont la classification est bien connue, se partagent en deux classes: celles de type classique — qui sont le superanalogue (au sens approprié), des algèbres de Lie complexes simples de dimension finie, ou des algèbres de Kac-Moody affines complexes — et celles de type Cartan.

En détail, dans les articles [29] et [33] on obtient un tel résultat d'existence pour le cas classique, moyennant une construction directe, concrète, qui imite celle classique par Chevalley qui donne tout groupe algébrique connexe simple dont l'algèbre de Lie tangente soit semisimple. En fait, on part d'une superalgèbre de Lie classique et une représentation simple de celle-ci: les supergroupes algébriques souhaités sont alors donnés comme sousgroupes (dans le supergroupe linéaire général sur l'espace de représentation) engendrés par les "supersousgroupes à un paramètre" attachés aux vecteurs racine dans la superalgèbre de Lie elle-même. En particulier, cette construction fournit un traitement unifiant pour la plupart des supergroupes algébriques déjà connus en littérature; en plus, cela donne une recette explicite pour construire des nouveaux exemples. En outre, ces supergroupes-là sont construits comme "superschémas en groupes" sur \mathbf{Z} . Par contre en [30] — actes d'une conférence — on donne une présentation raisonnée synthétique de cette même construction, et par dessus le marché on montre aussi comment on peut étendre à d'autres contextes la méthode ci-décrite.

Certains "supergroupes de Chevalley" particuliers (précisément ceux du type $D(2,1;a)$, maintenant vus comme supergroupes de Lie complexes) sont étudiés encore en [38]. En gros, les superalgèbres de Lie de type $D(2,1;a)$ forment une famille à un paramètre dont les éléments sont (superalgèbres de Lie qui sont) simples pour toute valeur du paramètre sauf un nombre fini: dans ce travail nous montrons que la construction des supergroupes de Lie associés a encore du sens pour ces valeurs "singulières" aussi, ce qui nous mène à supergroupes non-simples que nous décrivons un peu en détail. Ceci peut être obtenu par plusieurs méthodes (qui donnent résultats différents dans le cas singulier), dont cinq sont

présentées en détail; en faisant cela, nous comparons aussi l’approche de Scheunert avec celle (plus largement suivie en littérature) de Kac.

Ensuite, en [32] on démontre une sorte de résultat inverse de ceux en [29]: notamment, on montre que tout supergroupe algébrique connexe dont la superalgèbre de Lie tangente soit classique est forcément isomorphe à un supergroupe de Chevalley du type considéré en [29].

Avec techniques et stratégie entièrement analogues, en [31] on démontre un théorème d’existence et unicité — à isomorphisme pres — analogue pour supergroupes algébriques (connexes) dont la superalgèbre de Lie tangente soit de type Cartan; en particulier, le cas de type $W(n)$ est examiné un peu plus en détail. Le même sujet est traité à nouveau dans [31-Cor], où on corrige une faute dans [31] et on éclaire plus en profondeur un passage de la construction principale.

En [36] je m’occupe du problème plus général d’étudier un supergroupe algébrique (affine) via sa super-couple de Harish-Chandra associée - à savoir, la donnée de son groupe algébrique classique sous-jacent et sa superalgèbre de Lie tangente. Ceci est un sujet clé en théorie des supergroupes, qui est traité par plusieurs auteurs de manières différentes; à mon tour je présente une autre approche encore, strictement liée à l’existence de “scindements globaux” pour supergroupes (affines). En gros, pour une supervariété celle-ci est la propriété de se scinder en produit direct d’une variété (algébrique) classique et une supervariété totalement impaire — bref, une factorisation globale du type “ $\underline{pair}(e) \times \underline{impair}(e)$ ”: bien que ceci ne soit pas le cas pour toute supervariété générale (cela marche toujours localement, mais globalement peut rater), il est vrai par contre — sous faibles hypothèses — pour les supergroupes affines. La question parallèle est traitée en [39] et [E3] pour les supergroupes de Lie (de type réel lisse, réel analytique ou complexe holomorphe qu’ils soient) à la place des supergroupes algébriques: à savoir, on prouve l’équivalence des supergroupes de Lie et supercouples de Harish-Chandra en donnant deux nouvelles méthodes fonctorielles pour construire, à partir d’une supercouple de Harish-Chandra donnée, un supergroupe de Lie adroitement conçu. L’une de ces méthodes est (essentiellement) la même que dans [36], mais adaptée au contexte différentiel (avec pas mal de technicisms critiques à gérer); l’autre par contre est nouvelle — et peut, à l’envers, être adaptée au domaine algebro-géométrique aussi.

Finalement, en [43] on attaque l’étude des formes réelles — et en particulier de celles *compactes* (dans un sens convenable) — des superalgèbres de Lie et supergroupes complexes, et l’on montre que la situation en effet est plus riche que dans le cas classique: en fait, au delà de la généralisation directe de la notion de forme réelle (du cas classique au cas super) — qu’on appelle “standard” — il y en a une seconde — dite “graduée” — qui n’a pas une contrepartie directe classique. En ce sens, le passage au contexte super justement dévoile, de manière inattendue, une situation fort plus riche. L’étude des paires symétriques (et des super-espaces symétriques associés) réalisé en [44] est aussi bien lié avec tout ceci.

Groupes Quantiques: Les groupes quantiques sont déformations algébriques, dans la catégorie des algèbres de Hopf, d’algèbres enveloppantes universelles d’algèbres de Lie, nommées *algèbres enveloppantes universelles quantifiées (QUEA dans la suite)*, ou d’algèbres de fonctions de groupes algébriques ou groupes de Lie, nommées alors *algèbres de fonctions quantifiées (QFA dans la suite)*. Introduits au 1985 comme “symmetries

quantiques”, ils se sont ensuite montrés fort intéressants aussi pour l’étude des groupes algébriques en caractéristique positive, et leurs représentations, ou pour la théorie des nœuds, et autre encore. En outre, ils sont strictement liés à la théorie géométrique qu’on en obtient comme limite semiclassique ou, vice-versa, qu’ils quantifient, à savoir celle des groupes (algébriques ou de Lie) de Poisson et des bigèbres de Lie, et, plus en général, à la géométrie des variétés de Poisson.

Mes contributions en ce domaine se partagent en trois sillons.

QFA=QUEA: La “équivalence” entre QUEA et QFA est le premier sillon.

En [0] et [3], à partir des groupes quantiques mieux connus, construits sur les algèbres de Lie semisimples, avec structure de Poisson standard sur les groupes associés, j’introduis des groupes quantiques pour les groupes de Poisson duaux: les données de départ sont les QUEA de Jimbo (et Drinfeld) et leurs formes entières, restreintes et non restreintes. En prenant les premières ou les deuxièmes, les limites semiclassiques correspondantes sont, respectivement, des algèbres enveloppantes universelles de bigèbres de Lie ou algèbres de fonctions de groupes de Poisson: ceci est l’idée fondamentale, qui s’applique aussi au cas des algèbres de Hopf duales des QUEA de départ, donnant ainsi les groupes quantiques “duaux” dont ci-dessus. L’analogie de ce travail pour les algèbres de Kac-Moody affines est faite en [7]; la clé là est un théorème à la Poincaré-Birkhoff-Witt (PBW) pour les formes entières restreintes des QUEA affines, qui est énoncé et démontré en [6].

En [4] on fait une construction similaire (duale) à celle de [0] et [3], mais plus concrète, à partir des QFA associées à $SL(n)$ ou $GL(n)$, pour lesquelles on connaît une présentation par générateurs et relations via “ q -matrices”; un autre résultat dans cet article est un théorème PBW pour la QFA sur $SL(n)$. Ces résultats sont améliorés en [23] et [24].

Pour le cas de $SL(n)$, penser à la QUEA correspondante comme une QFA nous permet d’en donner une présentation alternative: ceci est le contenu de [19], où l’on donne une telle présentation en termes de “ q -matrices”, tout en fournissant ainsi une approche alternative à la présentation via L -opérateurs due à Faddeev, Reshetikhin et Takhtajan.

Un développement ultérieur de quelques aspects de [4] est l’article [25]: on y démontre certains théorèmes à la Poincaré-Birkhoff-Witt pour les QFA associées à $Mat(n)$, à $GL(n)$ ou à $SL(n)$, et pour leurs spécialisations aux racines de l’unité. Comme corollaire, on obtient aussi des résultats intéressants sur la structure d’algèbre de Frobenius de dites QFA aux racines de l’unité.

Finalement, un autre développement de toutes ces constructions est traité dans [41], où les groupes quantiques multiparamétriques sont pris en compte, aussi bien que leurs formes intégrales et leurs spécialisations aux racines de l’unité. Lié en quelque sorte à ceci il y a encore [40]; ici on étudie *déformations* de groupes quantiques (standard), qu’on peut réaliser soit par torsion de la comultiplication soit moyennant une déformation de 2-cocycle de la multiplication: ces procédures mènent toutes deux à groupes quantiques *multiparamétriques*, et — bien que les approches soient en quelque sorte “duales” l’une de l’autre — le résultat final est (essentiellement) le même dans les deux cas. À ce propos, le même genre de questions (avec résultats analogues, quoique formellement différents), est traité en [45], où l’on considère groupes quantiques multiparamétriques de type “formel”, au sens de Drinfeld (tandis que ceux traités en [40] sont de type “polynomial”, c’est-à-dire à la Jimbo-Lusztig). De même, dans cet article on étudie aussi la limite semi-classique de ces groupes quantiques multiparamétriques (formels), ce qui donne des bigèbres de Lie

convenables, et également on analyse en profondeur ses déformations, soit par torseur, soit par 2-cocycle.

QDP: Le principe de dualité quantique, dans la suite QDP, est l'idée-guide du deuxième sillon, et explique les résultats du premier. Dans la formulation originelle de Drinfeld, le QDP nous donne une équivalence de catégories entre les QUEA et les QFA, pour groupes quantiques définis (en tant qu'algèbres de Hopf) sur $\mathbf{k}[[\hbar]]$, avec \mathbf{k} un corps, et topologiquement complets: en [12] on donne une preuve complète et détaillée de ce résultat, la première en littérature. En [E1] et [22] par contre on donne une suite à cette idée, en formulant une version plus forte du QDP pour algèbres de Hopf définies sur anneaux très généraux et sans conditions topologiques additionnelles. Précisément, on montre que les recettes de Drinfeld établissent deux endofoncteurs de la catégorie de ces algèbres de Hopf, lesquels mettent en œuvre une correspondance de Galois, dans laquelle ces foncteurs ont comme images la sous-catégorie des QUEA et des QFA respectivement. De plus, QUEA et QFA sont exactement les sous-catégories des objets fixés par la composition des deux foncteurs. Vue la diversité des contextes, les techniques utilisées en [12] et en [E1], [22] sont fort différentes.

D'un côté, [E1] est un essai très étendu, enrichi avec beaucoup d'exemples et applications, de l'autre [22] est l'article sur revue qui traite tout juste le résultat principal, central de [E1], à savoir le théorème qui exprime la version plus forte du QDP expliquée ci-dessus. Soit [9], soit [11] — actes de conférences — sont versions abrégées de [E1], chacune agrémentée avec un exemple originel. Par contre [E2] — notes pour une école d'été — est une présentation des résultats de [E1] et [22], moyennant nombre d'exemples explicites et applications.

Plus en général, une application directe du QDP aux algèbres de Hopf définies sur un corps nous apporte le principe de dualité cristallin, ou CDP en bref. On peut également obtenir cela par des moyens classiques — c'est à dire, sans se mêler aux groupes quantiques — de manière que cela se lit comme un chapitre de théorie classique des algèbres de Hopf. Les travaux concernant cela sont [15], [16] et [17]: pour plus de détails, voir la section CDP en "Algèbres de Hopf et structures liées" ci-dessous.

Un cas intéressant de QDP dans un contexte de dimension infinie est étudié dans [42], où l'on considère un analogue "continu" de la QUEA (polynomiale et/ou formelle) associée à un'algèbre de Kac-Moody. Dans ce domaine on ne peut pas appliquer directement la théorie générale, mais une analyse directe nous permet d'obtenir un résultat final qui est tout à fait analogue à celui du cas de dimension finie.

Un développement supplémentaire est [18], où l'on énonce et démontre un QDP pour espaces homogènes, ou pour les sousgroupes correspondants. Comme application, on calcule une quantification explicite d'une importante structure de Poisson sur l'espace des matrices de Stokes; une version plus brève (pour exposé) de ce travail est [21], où l'on présente aussi des nouvelles applications et exemples. Une version de cet article en termes de groupes quantiques globaux est développée en [35], où en plus on considère plusieurs versions de "quantification" pour sousgroupes; on peut traiter alors aussi les sousgroupes non-coisotropes, et pourtant nos résultats montrent qu'au final ceux qui sont coisotropes jouent forcément un rôle clé. Enfin, on étend ces idées au contexte des espaces homogènes projectifs, en étudiant l'exemple des variétés de Grassmann en [28] et le cas général en [27].

Dans une autre direction encore, en [34] on explore la possibilité d'étendre tout ce

paquet d'idées au contexte des “groupoïdes quantiques”, i.e. quantifications de bigébroides: ici la notion de bigébroïde est une généralisation convenable de celle de bigèbre, on traite avec la quantification au sens formel et, au niveau semiclassique, les (bi)gèbres de Lie sont remplacées par les (bi)gèbres de Lie-Rinehart — parfois dites simplement “(bi)gébroides de Lie”. En particulier, on développe une forme convenable de QDP pour ces objets (en montrant aussi cela “à l'œuvre” dans un exemple précis).

R-MAT: *R*-matrices et tressages sont le sujet du troisième sillon de recherche. La notion de *R*-matrice pour une QUEA est la quantification de la notion de *r*-matrice classique pour un bigèbre de Lie, ce qui équivaut à considérer les bigèbres de Lie dont le cocrochet soit un coborde particulier. Plus en général, les algèbres de Hopf munies de *R*-matrice correspondent, via la dualité de Tannaka-Krein et théorèmes de reconstruction associés, aux catégories monoidales tressées, c'est à dire munies d'un analogue du produit tensoriel et de l'automorphisme “échange de facteurs” pour ce dernier: de là découle l'intérêt de ces algèbres en théorie des champs conformes ou en théories quantiques, aussi bien que en topologie pour la construction d'invariants de nœuds et de 3-varietés. On obtient une notion plus faible si l'on remplace la *R*-matrice avec un automorphisme convenable de l'algèbre de Hopf, dit *tressage*.

Dans ma recherche sur ce sujet, j'ai appliqué le QDP (voir ci-dessus) aux QUEA munies de *R*-matrice (dites “quasitriangulaires”): le résultat principal est que, à partir d'une bigèbre de Lie munie de *r*-matrice classique (elle aussi dite “quasitriangulaire”), on trouve un correspondant géométrique de cette *r*-matrice pour le groupe de Poisson formel *dual*, ce qui explique le lien entre *r*-matrices et dualité entre groupes de Poisson.

En [1], à partir d'une QUEA sur un'algèbre de Lie semisimple et son *R*-matrice standard, en tirant de la QUEA une QFA (selon le QDP, comme en [E1] ou [E2] ou [22]) on montre que l'action adjointe de la *R*-matrice se specialise à un automorphisme sur cette QFA. En plus, la limite semiclassique de ce dernier est à son tour un automorphisme birationnel du groupe de Poisson dual, et précisément un tressage, au sens géométrique; on étend ainsi un résultat de Reshetikhin pour $SL(2)$. Tout cela est généralisé au cas des algèbres de Kac-Moody en [8]. En [10] on fait encore un'extension, en prouvant qu'un résultat du même type est valable pour toute QUEA quasitriangulaire: ici on applique le QDP comme en [12], c'est à dire pour groupes quantiques topologiques, en utilisant directement la définition générale du foncteur $QUEA \rightarrow QFA$, plutôt qu'une description explicite comme l'on a en [1] et [8].

En [13] on fait une comparaison entre les résultats de [1] et ceux de Weinstein et Xu, qui construisent un tressage analogue sur le dual d'un groupe de Poisson quasitriangulaire, avec méthodes purement géométriques. Notre premier résultat est que tous deux les tressages sont “infinitesimalment triviaux”. Le deuxième est que pour $SL(2)$ ces deux tressages coïncident: la preuve s'ensuit d'une leur description explicite, via calcul direct.

Enfin, en [14] on montre que, si G est un groupe de Poisson formel quasitriangulaire avec *r*-matrice classique r , un tressage associé à r sur le groupe de Poisson formel dual G^* est *unique*: en particulier, celui en [13] et celui de Weinstein et Xu coïncident forcément. En outre, on précise la nature d'un tel tressage, en prouvant qu'il est Hamiltonnien, correspondant à une fonction ρ sur G^* , laquelle est un “relèvement” de r , de l'algèbre de Lie cotangente de G^* à l'algèbre des fonctions sur G^* lui même. On donne deux constructions de cette ρ : dans la première, ρ est obtenu comme limite semiclassique du “logarithme”

d'une R -matrice quantique (decalée) qui quantifie r ; dans la seconde, on construit ρ directement comme relèvement de r par approximations successives, où la possibilité de faire le pas n -ème est prouvée moyennant méthodes coomologiques.

Algèbres de Hopf et structures liées: La théorie des algèbres de Hopf est un sujet classique qui a gagné un nouveau intérêt dans les derniers vingt ans, principalement grâce à ses liens avec domaines si différents que les groupes quantiques, topologie en petite dimension, catégories tensorielles, supergéométrie, etc.

Mes contributions sur tout cela se partagent en trois sillons principaux.

CDP: Le *principe de dualité cristallin*, ou CDP en bref, est un important corollaire du QDP, obtenu en appliquant ceci aux algèbres de Hopf définies sur un corps, lorsque on étend les scalaires de celles-ci aux polynômes sur ce corps. Néanmoins, ce résultat peut être obtenu presque totalement moyennant techniques et outils de la théorie "classique", c'est à dire "non quantique", des algèbres de Hopf sur un corps: de cette manière, on réalise un nouveau chapitre de théorie "standard", dans lequel on associe à toute algèbre de Hopf (qui est une symétrie généralisée) groupes de Poisson et bigèbres de Lie (qui sont symétries géométriques). Cette approche de type "classique" est implementée en [17]. Une version abrégée de ce travail est [15] (actes d'une conférence). Par contre, [16] est l'analyse explicite en détail d'un exemple important, un'algèbre de Hopf construite sur le groupe de Nottingham des series formelles de degré 1, avec le produit de composition. Ceci est seulement un parmi nombre d'exemples d'algèbres de Hopf définies sur la base de données combinatoires (graphes, arbres, diagrammes de Feynman, etc.) qui se présentent naturellement en (co)homologie, géométrie non commutative et physique quantique; du coup, cela est tres instructif comme "toy model" de situations plus générales.

Structures quasitriangulaires (et généralizations): Une classe tres speciale d'algèbres de Hopf est celle où — en gros — le manque de cocommutativité est en quelque sorte "sous control". Cette idée est codifiée dans la notion d'algèbre de Hopf quasitriangulaire et dans ses différentes généralizations. J'ai étudié ce sujet dans une série de travaux — [1], [8], [10], [13] et [14] — où les algèbres de Hopf sous examen sont toutes groupes quantiques: pour plus de détails, voir la section R-MAT en "Groupes Quantiques" ci-dessus.

Généralizations (algèbres quasi-Hopf, superalgèbres de Hopf, etc.): Il y a plusieurs généralizations des algèbres de Hopf: parmi celles-là, je considère les cas des *algèbres quasi-Hopf* et des *superalgèbres de Hopf*. Dans le premier cas, on affaiblit l'axiome de coassociativité; dans le second, on considère algèbres de Hopf dans la catégorie des superespaces (c'est-à-dire, espaces \mathbf{Z}_2 -gradués) vectoriels — ou supermodules sur un anneau — de manière que les produits tensoriels doivent être maniés différemment.

L'étude des *quasi-algèbres de Hopf* est devenu tres important grâce aux travaux de Drinfeld dans la seconde moitié des années '80 du siècle passé. L'ingrédient principal en cet étude est la notion de "associateur": en gros, ceci mesure le manque de coassociativité dans l'algèbre quasi-Hopf. En plus, les associateurs ont montré toute leur importance dans d'autres contextes également: par exemple, pour résoudre le problème général de la quantification des bigèbres de Lie. Au fait, à ce jour le seul associateur qu'on connaisse est l'*associateur KZ*, obtenu comme solution de l'équation différentielle de Knizhnik-Zamolodchikov (par rapport à la connexion du même nom sur \mathbf{C}^n), pour laquelle

on connaissait — en forme explicite — seulement une formule additive. En [20] par contre on donne une formule explicite pour le *logarithme* de cet associateur (comme application particulière d’un résultat plus general), en termes de ζ -fonctions multiples.

Pour les superalgèbres de Hopf, les commutatives (au “sense super”) ont une signification géométrique: à savoir, leur spectres sont les nommés *supergroupes* algébriques affines, tout comme classiquement les groupes algébriques affines sont les spectres des algèbres de Hopf commutatives. Mes contributions principales sur ce thème sont en [29], [30], [31], [32], [33], [36], [31-Cor], [38], [39], [E3] e [43], dont le contenu est expliqué en détail ci-dessus — voir la section *Supergroupes* en “Groupes Algébriques, Représentations et sujets liés”.

Enfin, une extension importante de la notion d’algèbre de Hopf (au fait, de bigèbre plutôt) est celle de *bigébroides*: elle a montré une importance croissante en plusieurs domaines, p.e. en géométrie non-commutative. Je commence à analyser cela en [34], dédié à étudier les quantifications (au sens formel) des bigébroides. En particulier, ici on étudie les foncteurs qui donnent dualité linéaire entre bigébroides (quantiques) — quelque chose plus ou moins déjà connue — et on introduit des foncteurs convenables, nouveaux, “à la Drinfeld” qui établissent un QDP pour bigébroides quantiques — la contribution originelle (principale) de cet article (voir aussi la section *QDP* en “Quantum Groups” ci-dessus). Dans ce domaine-ci on a aussi [37], qui est dédié tout particulièrement à l’étude de la dualité pour bigébroides ayant une structure supplémentaire convenable.

— PUBLICATIONS —

Travaux en preparation

[45] — G. A. García, F. Gavarini “*Formal multiparameter quantum groups, deformations and specializations*”.

Prepublications

[44] — M.-K. Chuah, R. Fioresi, F. Gavarini, “*Admissible Systems and Graded Hermitian Superspaces*”, soumis (2020), 15 pages;

[43] — R. Fioresi, F. Gavarini, “*Real forms of complex Lie superalgebras and supergroups*”, preprint [arXiv:2003.10535 \[math.RA\]](https://arxiv.org/abs/2003.10535) (2020), 26 pages — voir <http://arxiv.org/abs/2003.10535>.

Articles sur journaux, Actes, etc.

[42] — F. Gavarini, “*Quantum duality principle for quantum continuous Kac-Moody algebras*”, *Journal of Lie Theory* (à paraître), 23 pages — preprint <http://arxiv.org/abs/2202.06090> (2022);

- [41] — G. A. García, F. Gavarini, “*Multiparameter quantum groups at roots of unity*”, Journal of Noncommutative Geometry (à paraître), 71 pages — preprint <http://arxiv.org/abs/1708.05760> (2017);
- [40] — G. A. García, F. Gavarini, “*Twisted deformations vs. cocycle deformations for quantum groups*”, Communications in Contemporary Mathematics **23** (2021), no. 8 - 2050084 (56 pages) — DOI: 10.1142/S0219199720500844;
- [39] — F. Gavarini, “*A new equivalence between super Harish-Chandra pairs and Lie supergroups*”, Pacific Journal of Mathematics **306** (2020), no. 2, 451–485 — DOI: 10.2140/pjm.2020.306.451;
- [38] — K. Iohara, F. Gavarini, “*Singular degenerations of Lie supergroups of type $D(2, 1; a)$* ”, SIGMA **14** (2018), 137, 36 pages — voir <https://www.emis.de/journals/SIGMA/2018/137/> — DOI: 10.3842/SIGMA.2018.137;
- [37] — S. Chemla, F. Gavarini, N. Kowalzig, “*Duality features of left-Hopf algebroids*”, Algebras and Representation Theory **19** (2016), no. 4, 913–941 — DOI: 10.1007/s10468-016-9604-9;
- [36] — F. Gavarini, “*Global splittings and super Harish-Chandra pairs for affine supergroups*”, Transactions of the American Mathematical Society **368** (2016), 3973–4026 — DOI: 10.1090/tran/6456 ;
- [35] — N. Ciccoli, F. Gavarini, “*A global quantum duality principle for subgroups and homogeneous spaces*”, Documenta Mathematica **19** (2014), 333–380;
- [34] — S. Chemla, F. Gavarini, “*Duality functors for quantum bialgebroids*”, Journal of Noncommutative Geometry (2015), no. 2, 287–358 — DOI: 10.4171/JNCG/194 ;
- [33] — F. Gavarini, “*Chevalley supergroups of type $D(2, 1; a)$* ”, Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society (2) **57** (2014), no. 2, 465–491 — DOI: 10.1017/S0013091513000503 ;
- [32] — R. Fiorese, F. Gavarini, “*Algebraic supergroups with Lie superalgebras of classical type*”, Journal of Lie Theory **23** (2013), no. 1, 143–158;
- [31-Cor] — F. Gavarini, “*Corrigendum to Algebraic supergroups of Cartan type*”, Forum Mathematicum **28** (2016), no. 5, 1005–1009 — DOI: 10.1515/forum-2015-0044 — complement de [31] ci-dessous ;
- [31] — F. Gavarini, “*Algebraic supergroups of Cartan type*”, Forum Mathematicum **26** (2014), no. 5, 1473–1564 — DOI: 10.1515/forum-2011-0144
— • voir aussi le ***Corrigendum*** en [31-Cor] ci-dessus!!! • —
- [30] — R. Fiorese, F. Gavarini, “*On the construction of Chevalley supergroups*”, en: S. Ferrara, R. Fiorese, V. S. Varadarajan (eds.), *Supersymmetry in Mathematics and Physics*, UCLA Los Angeles, U.S.A. 2010, Lecture Notes in Mathematics **2027**, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, 2011, pp. 101–123 — DOI: 10.1007/978-3-642-21744-9_5 ;
- [29] — R. Fiorese, F. Gavarini, “*Chevalley Supergroups*”, Memoirs of the American Mathematical Society **215**, no. 1014 (2012), pp. 1–77 — DOI: 10.1155/S1073792803208138 ;

- [28] — R. Fiorese, F. Gavarini, “*Quantum Duality Principle for Quantum Grassmannians*”, en: M. Marcolli, D. Parashar (eds.), *Quantum Groups and Noncommutative Spaces. Perspectives on Quantum Geometry*, 80–95, Aspects Mathematics **E41**, Vieweg+Teubner, Wiesbaden, 2011 — DOI: 10.1007/978-3-8348-9831-9_4 ;
- [27] — N. Ciccoli, R. Fiorese, F. Gavarini, “*Quantization of Projective Homogeneous Spaces and Duality Principle*”, *Journal of Noncommutative Geometry* **2** (2008), no. 4, 449–496 — DOI: 10.4171/JNCG/26 ;
- [26] — F. Gavarini, “*On the radical of Brauer algebras*”, *Mathematische Zeitschrift* **260** (2008), 673–697 — DOI: 10.1007/s00209-007-0296-z ;
- [25] — F. Gavarini, “*PBW theorems and Frobenius structures for quantum matrices*”, *Glasgow Mathematical Journal* **49** (2007), no. 3, 479–488 — DOI: 10.1017/S0017089507003813 ;
- [24] — F. Gavarini, Z. Rakić, “ *$F_q[M_n]$, $F_q[GL_n]$ and $F_q[SL_n]$ as quantized hyperalgebras*”, *Journal of Algebra* **315** (2007), no. 2, 761–800 — DOI: 10.1016/j.jalgebra.2007.03.040 ;
- [23] — F. Gavarini, Z. Rakić, “ *$F_q[M_2]$, $F_q[GL_2]$ and $F_q[SL_2]$ as quantized hyperalgebras*”, *Communications in Algebra* **37** (2009), no. 1, 95–119 — DOI: 10.1080/00927870802241238 ;
- [22] — F. Gavarini, “*The global quantum duality principle*”, *Journal für die reine und angewandte Mathematik* **612** (2007), 17–33 — DOI: 10.1515/CRELLE.2007.082 ;
- [21] — N. Ciccoli, F. Gavarini, “*Quantum duality principle for coisotropic subgroups and Poisson quotients*”, en: N. Bökland, M. Djoric, A. T. Fomenko, Z. Rakić, B. Wegner, J. Wess (eds.), *Contemporary Geometry and Related Topics, Proceedings of the Workshop* (Belgrade, June 26–July 2, 2005), EMIS ed., 2006, pp. 99–118 — voir aussi <http://www.emis.de/proceedings/CGRT2005> ;
- [20] — B. Enriquez, F. Gavarini, “*A formula for the logarithm of the KZ associator*”, *SIGMA* **2**, Vadim Kuznetsov Memorial Issue “Integrable Systems and Related Topics” (2006), Paper 080, 3 pages — DOI: 10.3842/SIGMA.2006.080 — voir aussi <http://www.emis.de/journals/SIGMA/2006/Paper080> ;
- [19] — F. Gavarini, “*Presentation by Borel subalgebras and Chevalley generators for quantum enveloping algebras*”, *Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society* **49** (2006), no. 2, 291–308 — DOI: 10.1017/S0013091504000689 ;
- [18] — N. Ciccoli, F. Gavarini, “*A quantum duality principle for coisotropic subgroups and Poisson quotients*”, *Advances in Mathematics* **199** (2006), no. 1, 104–135 — DOI: 10.1016/j.aim.2005.01.009 ;
- [17] — F. Gavarini, “*The crystal duality principle: from Hopf algebras to geometrical symmetries*”, *Journal of Algebra* **285** (2005), no. 1, 399–437 — DOI: 10.1016/j.jalgebra.2004.12.003 ;
- [16] — F. Gavarini, “*Poisson geometrical symmetries associated to non-commutative formal diffeomorphisms*”, *Communications in Mathematical Physics* **253** (2005), no. 1, 121–155 — DOI: 10.1007/s00220-004-1175-7 ;

- [15] — F. Gavarini, “*The crystal duality principle: from general symmetries to geometrical symmetries*”, en: N. Bokan, M. Djoric, Z. Rakić, A. T. Fomenko, J. Wess (eds.), *Contemporary Geometry and Related Topics, Proceedings of the Workshop* (Belgrade, 15–21 May 2002), World Scientific, 2004, pp. 223–249;
- [14] — B. Enriquez, F. Gavarini, G. Halbout, “*Uniqueness of braidings of quasitriangular Lie bialgebras and lifts of classical r -matrices*”, *International Mathematics Research Notices* **46** (2003), 2461–2486 — DOI: 10.1155/S1073792803208138 ;
- [13] — F. Gavarini, G. Halbout, “*Braiding structures on formal Poisson groups and classical solutions of the QYBE*”, *Journal of Geometry and Physics* **46** (2003), no. 3–4, 255–282 — DOI: 10.1016/S0393-0440(02)00147-X ;
- [12] — F. Gavarini, “*The quantum duality principle*”, *Annales de l’Institut Fourier* **52** (2002), no. 3, 809–834 — DOI: 10.5802/aif.1902 ;
- [11] — F. Gavarini, “*On the global quantum duality principle*”, en: Zoran Kadelburg (ed.), *Proceedings of the 10th Congress of Yugoslav Mathematicians* (January 21–24, 2001; Belgrade, Yugoslavia), Vedes, Belgrade, 2001, pp. 161–168;
- [10] — F. Gavarini, G. Halbout, “*Tressages des groupes de Poisson formels à dual quasi-triangulaire*”, *Journal of Pure and Applied Algebra* **161** (2001), no. 2, 295–307 — DOI: 10.1016/S0022-4049(00)00099-2 (*disponible en-ligne en version anglaise aussi*);
- [9] — F. Gavarini, “*A global version of the quantum duality principle*”, *Czechoslovak Journal of Physics* **51** (2001), no. 12, 1330–1335 — DOI: 10.1023/A:1013322103870 ;
- [8] — F. Gavarini, “*The R -matrix action of untwisted affine quantum groups at roots of 1*”, *Journal of Pure and Applied Algebra* **155** (2001), no. 1, 41–52 — DOI: 10.1016/S0022-4049(99)00117-6 ;
- [7] — F. Gavarini, “*Dual affine quantum groups*”, *Mathematische Zeitschrift* **234** (2000), no. 1, 9–52 — DOI: 10.1007/s002090050502 ;
- [6] — F. Gavarini, “*A PBW basis for Lusztig’s form of untwisted affine quantum groups*”, *Communications in Algebra* **27** (1999), no. 2, 903–918 — DOI: 10.1080/00927879908826468 ;
- [5] — F. Gavarini, “*A Brauer algebra theoretic proof of Littlewood’s restriction rules*”, *Journal of Algebra* **212** (1999), no. 1, 240–271 — DOI: 10.1006/jabr.1998.7536 ;
- [4] — F. Gavarini, “*Quantum function algebras as quantum enveloping algebras*”, *Communications in Algebra* **26** (1998), no. 6, 1795–1818 — DOI: 10.1080/00927879808826240 ;
- [3] — F. Gavarini, “*Quantization of Poisson groups*”, *Pacific Journal of Mathematics* **186** (1998), no. 2, 217–266 — DOI: 10.2140/pjm.1998.186.217 ;
- [2] — F. Gavarini, P. Papi, “*Representations of the Brauer algebra and Littlewood’s restriction rules*”, *Journal of Algebra* **194** (1997), no. 1, 275–298 — DOI: 10.1006/jabr.1996.7003 ;
- [1] — F. Gavarini, “*Geometrical Meaning of R -matrix action for Quantum Groups at Roots of 1*”, *Communications in Mathematical Physics* **184** (1997), no. 1, 95–117 —

DOI: 10.1007/s002200050054 ;

[0] — F. Gavarini, “*Quantizzazione di gruppi di Poisson*”, *Tesi di Dottorato di Ricerca in Matematica*, Università degli Studi di Roma “La Sapienza” (1996).

Essais non publiés

[E3] — F. Gavarini, “*Lie supergroups vs. super Harish-Chandra pairs: a new equivalence*”, 47 pages — voir <http://arxiv.org/abs/1609.02844> (2016);

[E2] — F. Gavarini, “*The global quantum duality principle: a survey through examples*”, en *Proceedings des Rencontres Mathématiques de Glanon – 6^e édition* (1–5/7/2002; Glanon, France), 2004, 60 pages, voir <http://arxiv.org/abs/1109.3729> ;

[E1] — F. Gavarini, “*The global quantum duality principle: theory, examples, and applications*”, 120 pages, voir <http://arxiv.org/abs/math.QA/0303019> (2003).

Reviews

No. 77 reviews de livres et articles scientifiques — entre autres, une *Featured Review* — pour *Mathematical Reviews* (American Mathematical Society ed.), sur les thèmes suivants:

Théorie des Invariants classique et problèmes liés — Algèbre linéaire et multilinéaire: théorie des matrices — Algèbres de Lie, bigèbres de Lie, algèbres enveloppantes universelles et leur représentations - Catégories monoidales, symétriques, tressées — Groupes de Coxeter, groupes de permutations, groupes algébriques, groupes de Lie, groupes de Lie-Poisson et leur représentations — Systèmes hamiltonniens de dimension finie et infinie, variétés de Poisson de dimension infinie — Groupes quantiques, groupes et algèbres dans les théories quantiques, mécanique quantique et problème de la quantification — Cogèbres, bigèbres, algèbres de Hopf et généralisations.