

**Esercizio 1.** Determinare se esistano  $x$  ed  $y$  in  $\mathbb{Z}$  che risolvano le seguenti equazioni diofantee (motivando la risposta), ed in caso affermativo trovarli.

(a)  $24x + 18y = 20$

(b)  $6x + 7y = 21$

(c)  $125x - 8y = 7$

**Esercizio 2.** Determinare il minimo  $n \in \mathbb{N}$  tale che l'equazione diofantea

$$1001x + 770y = 848 + n$$

ammetta soluzione intera.

**Esercizio 3.** Stabilire se le seguenti equazioni congruenziali ammettano soluzioni in  $\mathbb{Z}$  e, in caso affermativo, determinarle tutte :

(a)  $4x \equiv 4 \pmod{8}$

(b)  $4x \equiv 6 \pmod{8}$

(c)  $5x \equiv 8 \pmod{17}$

**Esercizio 4.** Dimostrare che 123456789 non è primo.

**Esercizio 5.** Trovare un criterio di divisibilità per 25.

**Esercizio 6.** Trovare i divisori dello zero e gli elementi invertibili di  $\mathbb{Z}_n$  per  $n = 6, 7, 8$ .

**Esercizio 7.** Sia  $\varphi$  la funzione di Eulero. Calcolare  $\varphi(1155)$ . A partire dal risultato ottenuto calcolare  $\varphi(1155^2) = \varphi(1334025)$ .

**Esercizio 8.** Decidere se  $\bar{7}$  e  $\bar{8}$  siano invertibili in  $\mathbb{Z}_{91}$  e, in caso affermativo, calcolare l'inverso.