

Esercizio 1. Determinare se esiste una biezione tra \mathbb{Z} e $\{z \in \mathbb{Z} \mid z \text{ è dispari}\}$ e, in caso affermativo, scriverla.

Esercizio 2. Siano A e B due insiemi finiti (di cardinalità n) ed equipotenti. Costruire una biezione tra $\mathcal{S}(\underline{n})$ e $\mathcal{S}(A, B) = \{\text{Biezioni tra } A \text{ e } B\}$. Qual è la cardinalità di $\mathcal{S}(A, B)$?

Esercizio 3. Dimostrare che \mathbb{N} è infinito i.e. che, per ogni \underline{n} non esiste una biezione tra \underline{n} ed \mathbb{N} .

Esercizio 4*. Dimostrare che $(-1, 1)$ ed \mathbb{R} sono equipotenti.

Esercizio 5*. Dimostrare che \mathbb{R} ed $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ sono equipotenti.

Esercizio 6. Sappiamo che, per ogni coppia di numeri *interi* (a, b) con $b \neq 0$, esistono unici q ed r tali che $a = bq + r$ e $0 \leq r < |b|$.

- (a) Esegui la divisione con resto per le coppie $(-53, -6)$, $(-53, 6)$ e $(53, -6)$.
- (b) Cosa cambia se richiedo soltanto $0 \leq |r| < |b|$?

Esercizio 7. Siano date le seguenti coppie di numeri a e b :

- (a) $a = 30$ e $b = 11$.
- (b) $a = 220$ e $b = 121$.
- (c) $a = 69$ e $b = 372$.
- (d) $a = 792$ e $b = 275$.

Utilizzare l'algoritmo di Euclide per calcolare il M.C.D. (a, b) , scrivere l'identità di Bézout corrispondente e calcolare il m.c.m. $[a, b]$ per ogni coppia a, b .