

MATEMATICA DISCRETA
CdL in Informatica
Università di Roma Tor Vergata
A.A. 2017/2018

Tutorato 15 Novembre

Esercizio 1. Dimostrare le seguenti proprietà del *coefficiente binomiale*:

a)

$$k \binom{n}{k} = n \binom{n-1}{k-1}$$

b)

$$\binom{n}{k+j} \binom{k+j}{k} = \binom{n}{k} \binom{n-k}{j}$$

Esercizio 2. Sia $n := (9873)_{10}$, cioè n è il numero naturale che in base dieci è espresso dalla scrittura posizionale $n = (9873)_{10}$. Scrivere n in base $b' := \text{OTTO}$ e in base $b'' := \text{SETTE}$

Esercizio 3. a) Scrivere in base $b' := \text{QUATTRO}$ e in base $b'' := \text{DUE}$ il numero L che in base $b := \text{OTTO}$ è espresso dalla scrittura posizionale $L := (3471)_b$.

b) Utilizzando la notazione posizionale in base $\beta := \text{TRE}$, calcolare la somma $N + M$ dove N ed M sono i due numeri naturali espressi in base β da

$$N := (12021)_\beta \quad \text{e} \quad M := (20102)_\beta$$

esprimendo a sua volta la suddetta somma con la scrittura posizionale in base $\beta := \text{TRE}$ e con la scrittura posizionale in base $\beta' := \text{DIECI}$.

Esercizio 4. Calcolare un M.C.D. (a, b) ed una identità di Bézout corrispondente per i seguenti valori di a e b :

a) $a = -237, b = 81$;

b) $a = 616, b = 427$;

c) $a = 1137, b = -419$.

Esercizio 5. Sia $n \in \mathbb{N}_+$. Calcolare M.C.D. $(n+1, n)$ e M.C.D. $(n+2, n)$.

Suggerimento: nel secondo caso, studiare separatamente n pari ed n dispari.

Esercizio 6. a) Fattorizzare i due numeri interi -990 e 132 in prodotto di fattori irriducibili.

b) Calcolare $d := \text{M.C.D.}(132, -990)$.

c) Determinare una identità di Bézout per d .

d) Determinare, se possibile, $x, y \in \mathbb{Z}$ tali che:

$$-990x + 132y = -198$$

Esercizio 7. Siano $a = da'$ e $b = db'$ interi con $d = \text{M.C.D.}(a, b)$.

Dimostrare che $d' := \text{M.C.D.}(a', b') = 1$.

Esercizio 8. Definiamo su \mathbb{N}_+ la relazione ρ in questo modo:

$$a \rho b \iff \text{M.C.D.}(a, b) > 1$$

Dire se ρ è riflessiva, simmetrica e/o transitiva.