

ESERCIZI SULLA
SCRITTURA POSIZIONALE

N.B.: il simbolo $\hat{\diamond}$ contrassegna gli esercizi (relativamente) più complessi.

— * —

1 — Sia $n := (9873)_{10}$, cioè n è il numero naturale che in base dieci è espresso dalla scrittura posizionale $n = (9873)_{10}$. Scrivere n in base otto e in base sette.

Soluzione: $n = (23221)_8$, $n = (40533)_7$.

2 — Convertire in base dieci (cioè riscriverli usando la notazione posizionale in base dieci) i numeri n' e n'' espressi da $n' := (7503)_8$ e $n'' := (40213)_5$ rispettivamente in base otto e in base cinque.

Soluzione: $n' = (3907)_{10}$, $n'' = (2558)_{10}$.

3 — Conversioni facili ($b \rightsquigarrow b^r$): Sia n il numero naturale che in base due è espresso dalla scrittura posizionale $n = (1011000110)_2$. Scrivere n in base quattro.

Soluzione: $n = (23012)_4$.

4 — Conversioni facili ($b \rightsquigarrow b^r$): Sia n il numero naturale che in base due è espresso dalla scrittura posizionale $n = (11010111011)_2$. Scrivere n in base otto.

Soluzione: $n = (3273)_8$.

5 — Conversioni facili ($b^s \rightsquigarrow b$): (a) Sia m il numero naturale che in base quattro è espresso dalla scrittura posizionale $m = (30213)_4$. Scrivere n in base due.

(b) Sia n il numero naturale che in base otto è espresso dalla scrittura posizionale $n = (73051406)_8$. Scrivere n in base due.

Soluzione: (a) $m = (1100100111)_2$, (b) $n = (111011000101001100000110)_2$.

6 — Conversioni facili ($b^s \rightsquigarrow b / b \rightsquigarrow b^r$): Sia n il numero naturale che in base otto è espresso dalla scrittura posizionale $n = (2351)_8$. Scrivere n in base due e in base quattro.

Soluzione: $n = (10011101001)_2$, $n = (103221)_4$.

7 \diamond — Trovare, se esiste, una base $b \in \mathbb{N}$ con $b > 5$, tale che $(523)_b = (303)_8$.

Soluzione: $b = 6$.

8 — Usando la scrittura posizionale in base cinque, tramite le cinque cifre (ordinate!) 0, 1, 2, 3 e 4, calcolare — senza passare per la scrittura in base dieci — le somme $(1234)_5 + (2321)_5$ e $(3421)_5 + (4023)_5$. Come controprova, risolvere lo stesso problema convertendo prima in base dieci i numeri da sommare, calcolando la somma usando la scrittura posizionale in base dieci, e infine convertire (cioè riscrivere) in base dieci il risultato così ottenuto.

Soluzione: $(1234)_5 + (2321)_5 = (4110)_5$, $(3421)_5 + (4023)_5 = (12444)_5$.

Per la controprova, si ha

$$\begin{aligned} (1234)_5 + (2321)_5 &= (194)_{10} + (336)_{10} = (530)_{10} = (4110)_5 , \\ (3421)_5 + (4023)_5 &= (486)_{10} + (513)_{10} = (999)_{10} = (12444)_5 . \end{aligned}$$

9 \diamond — Usando la scrittura posizionale in base $b =$ dodici, tramite le dodici cifre (ordinate!) dell'insieme $\{0, 1, 2, 3, \dots, 8, 9, \perp, \wedge\}$, calcolare — senza passare per la scrittura in base dieci... — la somma $(70\perp 31\wedge 5)_b + (497\wedge \perp 0\wedge)_b$.

Soluzione: $(70\perp 31\wedge 5)_b + (497\wedge \perp 0\wedge)_b = (\wedge \perp 63004)_b$.

10 — Sia n il numero naturale che in base dieci è espresso dalla notazione posizionale $n := (9873)_{\text{DIECI}}$. Scrivere n in base $b' :=$ OTTO e in base $b'' :=$ SETTE .

Soluzione: $n = (23221)_{b':=\text{OTTO}}$, $n = (40533)_{b'':=\text{SETTE}}$.

11 — Scrivere in base $b' :=$ DIECI il numero S che in base $b :=$ CINQUE è espresso dalla scrittura posizionale $S := (41032)_b$.

Soluzione: $n = (2642)_{b':=\text{DIECI}}$.

12 — Usando la scrittura posizionale in base $b = quattro$, tramite le quattro “cifre” (in ordine crescente!) dell’insieme $\{\diamond, \clubsuit, \spadesuit, \heartsuit\}$, calcolare la somma

$$S := (\heartsuit\diamond\clubsuit\spadesuit\clubsuit)_b + (\spadesuit\clubsuit\heartsuit\diamond\heartsuit)_b$$

Soluzione: $S := (\heartsuit\diamond\clubsuit\spadesuit\clubsuit)_b + (\spadesuit\clubsuit\heartsuit\diamond\heartsuit)_b = (\clubsuit\clubsuit\spadesuit\diamond\heartsuit\diamond)_b .$

13 — Conversioni facili ($b^s \rightsquigarrow b$): Scrivere sia in base $b' := QUATTRO$ che in base $b'' := DUE$ il numero L che in base $b := OTTO$ è espresso dalla scrittura posizionale $L := (3471)_b .$

Soluzione: $n = (130321)_{b':=QUATTRO} , \quad n = (11100111001)_{b'':=DUE} .$

14 \diamondsuit — Utilizzando la notazione posizionale in base $\beta := TRE$, calcolare la somma $N + M$ dove N ed M sono i due numeri naturali espressi in base β da

$$N := (12021)_\beta \quad \text{e} \quad M := (20102)_\beta$$

esprimendo a sua volta la suddetta somma con la scrittura posizionale in base $\beta := TRE$ e con la scrittura posizionale in base $\beta' := DIECI$.

Soluzione: $N + M = (102200)_{\beta:=TRE} , \quad N + M = (315)_{\beta':=DIECI} .$

15 \diamondsuit \diamondsuit — Usando la scrittura posizionale in base $b = dodici$, tramite le dodici cifre (ordinate!) dell’insieme $\{0, 1, 2, 3, \dots, 8, 9, \perp, \wedge\}$, calcolare — magari *senza* passare per la scrittura in base dieci... — il resto r di $(95\perp 240\wedge)_b$ nella divisione per $(\wedge)_b .$

Soluzione: $r = (8)_b .$

16 — Conversioni facili ($b^s \rightsquigarrow b$): Scrivere in base $b' := DUE$ il numero L che in base $b := OTTO$ è espresso dalla scrittura posizionale $L := (5034)_b .$

Soluzione: $L := (5034)_{b=OTTO} = (101000011100)_{b'=DUE} .$

17 — Conversioni facili ($b \rightsquigarrow b^r$): Scrivere in base $b'' := QUATTRO$ il numero M che in base $b' := DUE$ è espresso dalla scrittura posizionale $M := (110001101)_{b'}$.

Soluzione: $M := (110001101)_{b'=DUE} = (12031)_{b''=QUATTRO} .$

18 \diamondsuit — Utilizzando la notazione posizionale in base $\beta := CINQUE$, calcolare la somma $A + B$ dove A e B sono i due numeri naturali espressi in base β da

$$A := (31042)_\beta \quad \text{e} \quad B := (24304)_\beta$$

esprimendo la suddetta somma con la scrittura posizionale in base $\beta := \text{CINQUE}$.

Soluzione: $A + B = (31042)_{\beta = \text{CINQUE}} + (24304)_{\beta = \text{CINQUE}} = (110401)_{\beta = \text{CINQUE}}$.

19 — Conversioni facili ($b^s \rightsquigarrow b$): Scrivere in base $b' := \text{TRE}$ il numero N che in base $b := \text{NOVE}$ è espresso dalla scrittura posizionale $N := (83106)_{b = \text{NOVE}}$.

Soluzione: $N := (83106)_{b = \text{NOVE}} = (2210010020)_{b' = \text{TRE}}$.

20 — Conversioni facili ($b \rightsquigarrow b^r$): Scrivere in base $b' := \text{NOVE}$ il numero T che in base $b := \text{TRE}$ è espresso dalla scrittura posizionale $T := (120211012)_{b = \text{TRE}}$.

Soluzione: $T := (120211012)_{b = \text{TRE}} = (16735)_{b' = \text{NOVE}}$.

21 — Usando la scrittura posizionale in base $b = \text{quattro}$, tramite le quattro “cifre” (in ordine crescente!) dell’insieme $\{\diamond, \clubsuit, \spadesuit, \heartsuit\}$, calcolare la somma

$$P := (\spadesuit\spadesuit\diamond\heartsuit\clubsuit)_b + (\spadesuit\diamond\heartsuit\clubsuit\clubsuit)_b$$

Soluzione: $P := (\spadesuit\spadesuit\diamond\heartsuit\clubsuit)_b + (\spadesuit\diamond\heartsuit\clubsuit\clubsuit)_b = (\clubsuit\diamond\heartsuit\diamond\spadesuit)_b$.

22 — Conversioni facili ($b^s \rightsquigarrow b$): Scrivere in base $b' := \text{TRE}$ il numero N che in base $b := \text{NOVE}$ è espresso dalla scrittura posizionale $N := (76054)_{b = \text{NOVE}}$.

Soluzione: $N := (76054)_{b = \text{NOVE}} = (2120001211)_{b' = \text{TRE}}$.

23 — Conversioni facili ($b \rightsquigarrow b^r$): Scrivere in base $b' := \text{NOVE}$ il numero T che in base $b := \text{TRE}$ è espresso dalla scrittura posizionale $T := (211021222)_{b = \text{TRE}}$.

Soluzione: $T := (211021222)_{b = \text{TRE}} = (24258)_{b' = \text{NOVE}}$.

24 $\diamond \heartsuit \heartsuit$ — Usando la scrittura posizionale in base $b = \text{dodici}$, tramite le dodici cifre (ordinate!) dell’insieme $\{0, 1, 2, 3, \dots, 8, 9, \perp, \wedge\}$, calcolare — magari *senza* passare per la scrittura in base dieci... — il resto r di $(2\wedge 36\perp 81)_b$ nella divisione per $(\wedge)_b$.

Soluzione: $r = (8)_b$.

25 — Scrivere in base $b' := \text{DIECI}$ il numero N che in base $b := \text{CINQUE}$ è espresso dalla scrittura posizionale $N := (3124)_{b=\text{CINQUE}}$.

Soluzione: $N := (3124)_{b=\text{CINQUE}} = (414)_{b'=\text{DIECI}}$.

26 — Scrivere in base $b' := \text{CINQUE}$ il numero T che in base $b := \text{DIECI}$ è espresso dalla scrittura posizionale $T := (495)_{b=\text{DIECI}}$.

Soluzione: $T := (495)_{b=\text{DIECI}} = (3440)_{b'=\text{CINQUE}}$.

27 — Scrivere in base $b' := \text{DIECI}$ il numero K che in base $b = \text{DODICI}$, tramite le dodici cifre (ordinate!) dell'insieme $\{0, 1, 2, 3, \dots, 8, 9, \perp, \wedge\}$, è espresso dalla scrittura posizionale $K := (2 \perp 9)_{b=\text{DODICI}}$.

Soluzione: $K := (2 \perp 9)_{b=\text{DODICI}} = (417)_{b'=\text{DIECI}}$.

28 — Scrivere in base $b' := \text{DIECI}$ il numero N che in base $b := \text{CINQUE}$ è espresso dalla scrittura posizionale $N := (4032)_{b=\text{CINQUE}}$.

Soluzione: $N := (4032)_{b=\text{CINQUE}} = (517)_{b'=\text{DIECI}}$.

29 — Scrivere in base $b' := \text{CINQUE}$ il numero T che in base $b := \text{DIECI}$ è espresso dalla scrittura posizionale $T := (387)_{b=\text{DIECI}}$.

Soluzione: $T := (387)_{b=\text{DIECI}} = (3022)_{b'=\text{CINQUE}}$.

30 — Scrivere in base $b' := \text{DIECI}$ il numero K che in base $b = \text{DODICI}$, tramite le dodici cifre (ordinate!) dell'insieme $\{0, 1, 2, 3, \dots, 8, 9, \perp, \wedge\}$, è espresso dalla scrittura posizionale $K := (5 \perp 7)_{b=\text{DODICI}}$.

Soluzione: $K := (5 \perp 7)_{b=\text{DODICI}} = (859)_{b'=\text{DIECI}}$.

31 — Usando la scrittura posizionale in base $b = \text{quattro}$, tramite le quattro “cifre” (in ordine crescente!) dell'insieme $\{\diamond, \clubsuit, \spadesuit, \heartsuit\}$, calcolare la somma

$$Q := (\heartsuit\diamond\clubsuit\spadesuit\clubsuit)_b + (\clubsuit\spadesuit\heartsuit\diamond\diamond)_b$$

Soluzione: $Q := (\heartsuit\diamond\clubsuit\spadesuit\clubsuit)_b + (\clubsuit\spadesuit\heartsuit\diamond\diamond)_b = (\clubsuit\diamond\heartsuit\diamond\diamond)_b$.

32 — Scrivere in base $b' := \text{DIECI}$ il numero N che in base $b := \text{CINQUE}$ è espresso dalla scrittura posizionale $N := (2413)_{b=\text{CINQUE}}$.

Soluzione: $N := (2413)_{b=\text{CINQUE}} = (358)_{b'=\text{DIECI}}$.

33 — Scrivere in base $b' := \text{CINQUE}$ il numero T che in base $b := \text{DIECI}$ è espresso dalla scrittura posizionale $T := (479)_{b=\text{DIECI}}$.

Soluzione: $T := (479)_{b=\text{DIECI}} = (3404)_{b'=\text{CINQUE}}$.

34 — Scrivere in base $b' := \text{DIECI}$ il numero K che in base $b = \text{DODICI}$, tramite le dodici cifre (ordinate!) dell'insieme $\{0, 1, 2, 3, \dots, 8, 9, \perp, \wedge\}$, è espresso dalla scrittura posizionale $K := (4\perp 5)_{b=\text{DODICI}}$.

Soluzione: $K := (4\perp 5)_{b=\text{DODICI}} = (701)_{b'=\text{DIECI}}$.

35 $\diamond \diamond$ — Utilizzando la scrittura posizionale in base $b = \text{dodici}$, tramite le dodici cifre (ordinate!) dell'insieme $\{0, 1, 2, 3, \dots, 8, 9, \perp, \wedge\}$, calcolare — magari *senza* passare per la scrittura in base dieci... — il resto r di $(750\wedge 3\perp 9)_b$ nella divisione per $(\wedge)_b$.

Soluzione: $r = (1)_b$.

36 — Scrivere in base $b' := \text{DIECI}$ il numero N che in base $b := \text{CINQUE}$ è espresso dalla scrittura posizionale $N := (4203)_{b=\text{CINQUE}}$.

Soluzione: $N := (4203)_{b=\text{CINQUE}} = (553)_{b'=\text{DIECI}}$.

37 — Scrivere in base $b' := \text{CINQUE}$ il numero T che in base $b := \text{DIECI}$ è espresso dalla scrittura posizionale $T := (276)_{b=\text{DIECI}}$.

Soluzione: $T := (276)_{b=\text{DIECI}} = (2101)_{b'=\text{CINQUE}}$.

38 — Scrivere in base $b' := \text{DIECI}$ il numero K che in base $b = \text{DODICI}$, tramite le dodici cifre (ordinate!) dell'insieme $\{0, 1, 2, 3, \dots, 8, 9, \perp, \wedge\}$, è espresso dalla scrittura posizionale $K := (3\perp 7)_{b=\text{DODICI}}$.

Soluzione: $K := (3\perp 7)_{b=\text{DODICI}} = (571)_{b'=\text{DIECI}}$.

39 — Scrivere in base $b' := \text{CINQUE}$ il numero T che in base $b := \text{DIECI}$ è espresso dalla scrittura posizionale $T := (74091)_{b=\text{DIECI}}$.

Soluzione: $T := (74091)_{b=\text{DIECI}} = (434411)_{b'=\text{CINQUE}}$.

40 — Scrivere in base $b' := \text{DIECI}$ il numero N che in base $b := \text{QUATTRO}$ è espresso dalla scrittura posizionale $N := (13102)_{b=\text{QUATTRO}}$.

Soluzione: $N := (13102)_{b=\text{QUATTRO}} = (466)_{b'=\text{DIECI}}$.

41 — Utilizzando la scrittura posizionale in base $b = \text{quattro}$, tramite le quattro “cifre” (in ordine crescente!) dell’insieme $\{\diamond, \clubsuit, \spadesuit, \heartsuit\}$, calcolare la somma

$$R := (\spadesuit\diamond\heartsuit\heartsuit\clubsuit)_b + (\spadesuit\clubsuit\spadesuit\diamond\heartsuit)_b$$

Soluzione: $R := (\spadesuit\diamond\heartsuit\heartsuit\clubsuit)_b + (\spadesuit\clubsuit\spadesuit\diamond\heartsuit)_b = (\clubsuit\diamond\spadesuit\spadesuit\diamond\diamond)_b$.

42 — Sia $M \in \mathbb{N}$ il numero espresso da $M := (3204)_{\text{CINQUE}}$ in notazione posizionale in base CINQUE, utilizzando le cinque cifre (ordinate) 0, 1, 2, 3, 4.

Determinare l’espressione di M nella scrittura posizionale in base DIECI.

Soluzione: $M := (3204)_{\text{CINQUE}} = (429)_{\text{DIECI}}$.

43 — Sia $N \in \mathbb{N}$ il numero espresso da $N := (2403)_{\text{DIECI}}$ in notazione posizionale in base DIECI, utilizzando le dieci cifre (ordinate) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

(a) Scrivere N in base TRE, usando le tre cifre (ordinate) 0, 1, 2.

(b) Scrivere N in base NOVE, usando le nove cifre (ordinate) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

Soluzione: (a) $N := (2403)_{\text{DIECI}} = (10022000)_{\text{TRE}}$.

(b) $N := (2403)_{\text{DIECI}} = (10022000)_{\text{TRE}} = (3260)_{\text{NOVE}}$.

44 — Sia $A \in \mathbb{N}$ il numero espresso da $A := (2403)_{\text{CINQUE}}$ in notazione posizionale in base CINQUE, utilizzando le cinque cifre (ordinate) 0, 1, 2, 3, 4.

Determinare l’espressione di M nella scrittura posizionale in base DIECI.

Soluzione: $A := (2403)_{\text{CINQUE}} = (353)_{\text{DIECI}}$.

45  — Convertire in base SETTE (= scriverli usando la notazione posizionale in base sette) i numeri N ed M che in base $b := \text{DIECI}$ sono dati da $N := (32501)_b$ e $M := (6017)_b$, e calcolare poi — sempre usando la notazione in base sette — la somma $N + M$.

Soluzione: $N = (163520)_{\text{SETTE}}$, $M = (2354)_{\text{SETTE}}$, $N + M = (38518)_{\text{SETTE}}$.

46 — Sia $T \in \mathbb{N}$ il numero espresso da $T := (3204)_{\text{DIECI}}$ in notazione posizionale in base DIECI, utilizzando le dieci cifre (ordinate) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

(a) Scrivere T in base TRE, usando le tre cifre (ordinate) 0, 1, 2.

(b) Scrivere T in base NOVE, usando le nove cifre (ordinate) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

Soluzione: (a) $T := (3204)_{\text{DIECI}} = (11101200)_{\text{TRE}}$.

(b) $T := (3204)_{\text{DIECI}} = (11101200)_{\text{TRE}} = (4350)_{\text{NOVE}}$.

47 $\hat{\diamond} \hat{\diamond}$ — Utilizzando la scrittura posizionale in base $b = \text{dodici}$, tramite le dodici cifre (ordinate!) dell'insieme $\{0, 1, 2, 3, \dots, 8, 9, \perp, \wedge\}$, calcolare — magari *senza* passare per la scrittura in base dieci... — il resto r di $(70\perp 31\wedge 5)_b$ nella divisione per $(\wedge)_b$.

Soluzione: $r = (4)_b$.

48 — Sia $R \in \mathbb{N}$ il numero espresso da $R := (4087)_{\text{DIECI}}$ in notazione posizionale in base DIECI, utilizzando le dieci cifre (ordinate) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

(a) Scrivere R in base NOVE, usando le nove cifre (ordinate) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

(b) Scrivere R in base TRE, usando le tre cifre (ordinate) 0, 1, 2.

Soluzione: (a) $R := (4087)_{\text{DIECI}} = (5541)_{\text{NOVE}}$.

(b) $R := (4087)_{\text{DIECI}} = (5541)_{\text{NOVE}} = (12121101)_{\text{TRE}}$.

49 — Sia $S \in \mathbb{N}$ il numero espresso da $S := (4126)_{\text{DIECI}}$ in notazione posizionale in base DIECI, utilizzando le dieci cifre (ordinate) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

(a) Scrivere S in base NOVE, usando le nove cifre (ordinate) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

(b) Scrivere S in base TRE, usando le tre cifre (ordinate) 0, 1, 2.

Soluzione: (a) $S := (4126)_{\text{DIECI}} = (5584)_{\text{NOVE}}$.

(b) $S := (4126)_{\text{DIECI}} = (5584)_{\text{NOVE}} = (12122211)_{\text{TRE}}$.

50 $\hat{\diamond}$ — Usando la scrittura posizionale con le undici cifre 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \perp (in quest'ordine), convertire in base $b' := \text{UNDICI}$ i numeri ed M espressi in base $b := \text{DIECI}$ da $N := (57315)_b$ e $M := (30608)_b$, e calcolare poi — sempre utilizzando la notazione in base $b' := \text{UNDICI}$ — la somma $N + M$.

Soluzione: $N = (3\perp 075)_{b'}$, $M = (20\perp\perp 6)_{b'}$, $N + M = (60070)_{b'}$.