

MATEMATICA DISCRETA

CdL in Informatica

prof. Fabio GAVARINI

a.a. 2017–2018 — Esame scritto del 4 Settembre 2018 — Sessione Autunnale, I appello

N.B.: compilare il compito in modo sintetico ma **esauriente**, spiegando chiaramente quanto si fa, e scrivendo in corsivo con grafia leggibile.

..... ★

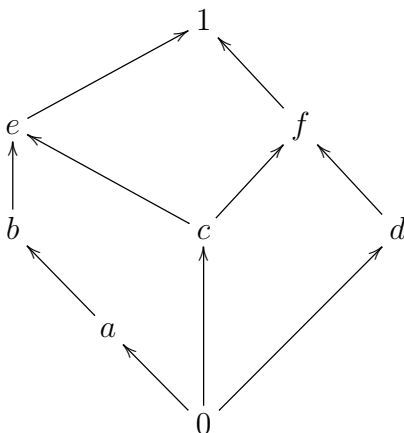
[1] Siano $N, S \in \mathbb{N}$ i due numeri che in notazione posizionale sono espressi da

$$N := (13202)_{\text{QUATTRO}} \quad \text{in base QUATTRO}, \quad S := (630)_{\text{DIECI}} \quad \text{in base DIECI},$$

utilizzando le quattro cifre (ordinate) 0, 1, 2, 3 per la notazione in base QUATTRO e le dieci cifre (ordinate) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 per quella in base DIECI.

- (a) Scrivere N in base DIECI.
- (b) Scrivere N in base OTTO, usando le otto cifre (ordinate) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.
- (c) Scrivere N in base DUE, usando le due cifre (ordinate) 0, 1.
- (d) Calcolare $N + S$, scrivendolo sia in base QUATTRO che in base DIECI.

[2] Si consideri il reticolo $L := \{0, a, b, c, d, e, f, 1\}$ descritto dal seguente diagramma di Hasse:



- (a) Determinare tutti gli atomi del reticolo L .
- (b) Determinare tutti gli elementi \vee -irriducibili del reticolo L .
- (c) Determinare se esista una \vee -fattorizzazione non ridondante in fattori \vee -irriducibili per l'elemento 1. Nel caso in cui una tale \vee -fattorizzazione non esista, se ne spieghi il perché; nel caso in cui esista, se ne determini esplicitamente almeno una, e — se fosse possibile — almeno due non equivalenti.
- (d) Determinare se il reticolo L sia un'algebra di Boole oppure no.
- (e) Determinare se il reticolo L sia complementato oppure no.
- (f) Determinare se il reticolo L sia distributivo oppure no.

[3] Determinare l'insieme di tutte le soluzioni del sistema di equazioni congruenziali

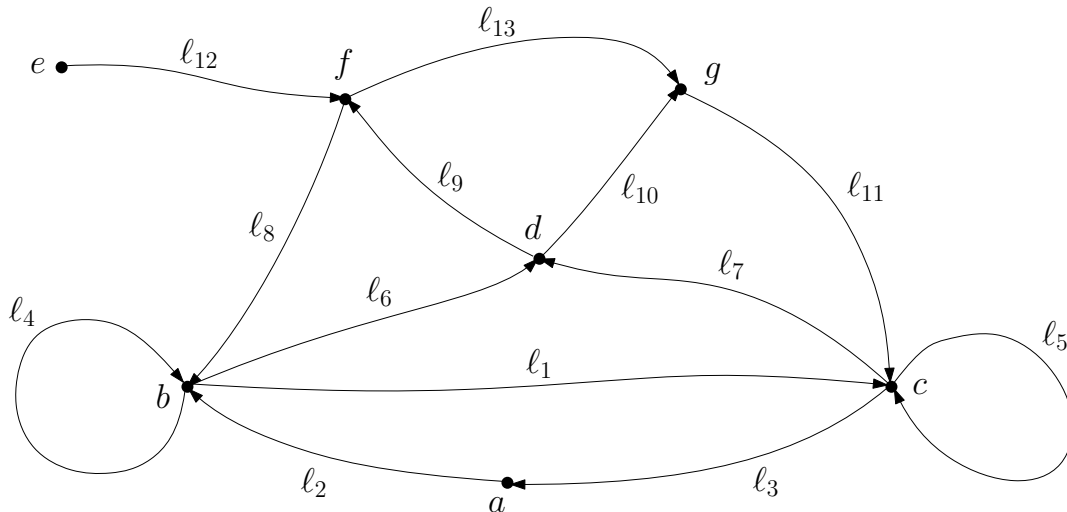
$$\textcircled{*} : \begin{cases} 123x \equiv -51 \pmod{8} \\ 276x \equiv -98 \pmod{10} \\ -79x \equiv 111 \pmod{7} \end{cases}$$

[4] Nell'insieme \mathbb{N}_+ dei numeri naturali positivi si consideri la relazione σ definita da

$$h \sigma k \iff \exists n \in \mathbb{N}_+ : h \cdot k = n^2 \quad \text{per ogni } h, k \in \mathbb{N}_+$$

- (a) Dimostrare che σ è una relazione d'equivalenza in \mathbb{N}_+ .
 (b) Descrivere esplicitamente la classe di σ -equivalenza di 1.

[5] Si consideri il multidigrafo \vec{G} così rappresentato:



e si indichi con \overline{G} il multigrafo associato a \vec{G} .

- (a) Determinare esplicitamente la matrice di adiacenza di \vec{G} , ordinando i vertici nel modo standard, cioè a, b, c, d, e, f, g .
 (b) Calcolare il numero di cammini (orientati) in \vec{G} di lunghezza 2 dal vertice b al vertice d , dal vertice f al vertice g , e dal vertice g al vertice a . In ciascun caso, se tale numero è maggiore di zero si determini un cammino esplicito del tipo considerato.
 (c) Determinare se il multidigrafo \vec{G} sia euleriano, oppure semieuleriano, oppure né l'uno né l'altro. Nell'ultimo caso, si spieghi perché non sia né l'uno né l'altro; in ciascuno dei primi due casi, si determini esplicitamente almeno un cammino euleriano.
 (d) Determinare tutte le eventuali foglie e tutti gli eventuali ponti del multigrafo \overline{G} .
 (e) Determinare la matrice di adiacenza del multigrafo \overline{G} .