

**GEOMETRIA I modulo**  
**CdL in Scienze e Tecnologie per i Media — a.a. 2009/2010**

*prof. Fabio GAVARINI*

Esonero del 27 Gennaio 2010

.....  
*N.B.: compilare il compito in modo sintetico ma esauriente, spiegando chiaramente quanto si fa, e scrivendo in corsivo con grafia leggibile.*

..... \* .....

[1] Nello spazio vettoriale  $V := \mathbb{R}^4$  dotato del prodotto scalare canonico, si consideri il sottospazio  $W := \text{Span}(w_1, w_2, w_3)$  generato dai tre vettori

$$w_1 := (1, 1, 0, 0), \quad w_2 := (0, 1, 1, 0), \quad w_3 := (0, 2, 3, 4) \in \mathbb{R}^4 .$$

- (a) Determinare una base ortonormale di  $W$ .
- (b) Determinare un vettore non nullo  $v \in V \setminus \{0_V\}$  ortogonale al sottospazio  $W$ .

[2] Calcolare gli autovalori e gli autospazi della matrice

$$A := \begin{pmatrix} 7 & -4 & 5 \\ 2 & 0 & -2 \\ 5 & -4 & 7 \end{pmatrix} \in \text{Mat}_{3 \times 3}(\mathbb{R}) .$$

Determinare poi, *giustificando la risposta*, se la matrice  $A$  sia diagonalizzabile oppure no.

[3] Si consideri lo spazio vettoriale metrico  $V := \mathbb{R}^4$ , dotato del prodotto scalare canonico, e in esso si considerino i quattro vettori

$$l_1 := (1, 2, 3, 4), \quad l_2 := (1, -2, 1, 0), \quad l_3 := (0, 1, 0, -5), \quad l_4 := (1, 2, 3, -6) \in \mathbb{R}^4 .$$

(a) Determinare se l'insieme  $B_\ell := \{l_1, l_2, l_3, l_4\}$  sia una base di  $\mathbb{R}^4$  oppure no. In caso negativo, giustificare la risposta; in caso affermativo, determinare se  $B_\ell$  sia ortonormale, oppure ortogonale, oppure né l'una né l'altra.

(b) Calcolare il coseno degli angoli  $\widehat{l_1 l_2}$  e  $\widehat{l_4 l_3}$ .

