

Esonero II del corso di Geometria II N.O - 29 Gennaio 2002

Risolvere i seguenti esercizi dando brevi spiegazioni dei procedimenti e teoremi utilizzati.

Esercizio 1) Sia $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ l'operatore definito da

$$T : \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -5 & 2 & -1 \\ 7 & -2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}.$$

Determinare una base di \mathbb{C}^3 in cui la matrice associata a T sia in forma di Jordan e trovare tale forma.

Esercizio 2) Sia \mathbb{A}^2 il piano affine reale con assegnate coordinate affini (x, y) . Scrivere l'equazione del fascio di coniche tangenti alla parabola $y + x^2 = 0$ in $(0, 0)$ e tangenti alla retta $x + y = 2$ in $(1, 1)$.

Esercizio 3) Sia T una proiettività della retta proiettiva $\mathbb{P}(\mathbb{R}^2)$. Provare che se T ha più di due punti fissi allora T è l'identità. Trovare poi i punti fissi della proiettività indotta dall'isomorfismo $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definito da $f(x, y) = (x - y, 4x + 3y)$.