

I esonero di Geometria II N.O - 3 Dicembre 2002

Risolvere i seguenti esercizi.

Esercizio 1) Trovare una base di Jordan e la forma di Jordan per l'operatore definito dalla seguente matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Esercizio 2) Sia V uno spazio vettoriale complesso di dimensione $n > 2$ e $T : V \rightarrow V$ un endomorfismo. Supponiamo che $\text{rango}(T - I) = 2$ e $\dim(\text{Im}T^k) = n - 2$ per un certo $k \in \{1, 2, \dots\}$.

- Trovare il polinomio caratteristico di T e (al variare di k, n) i possibili polinomi minimi di T .
- Per quali valori di k e n l'endomorfismo T è certamente diagonalizzabile? [Motivare la risposta].
- Classificare a meno di coniugio tutti gli endomorfismi T come sopra al variare di k, n e, per ogni classe di coniugio, scrivere esplicitamente un rappresentante.