

II appello di Geometria II - 24 Febbraio 2004

Risolvere i seguenti esercizi dando brevi spiegazioni dei procedimenti e teoremi utilizzati.

Esercizio 1) Sia A la matrice 4×4 seguente:

$$\begin{pmatrix} 0 & -3 & -6 & -7 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Si determini una base di Jordan per A e la relativa forma di Jordan.

Esercizio 2) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione n su di un campo \mathbb{K} . Per $k = 0, \dots, n$, sia \mathcal{A}_k l'insieme delle applicazioni lineari da V in V che hanno rango $\leq k$.

1. Per quali valori di k l'insieme \mathcal{A}_k è un sottospazio vettoriale dello spazio degli endomorfismi da V in V ?
2. Sia $A \in \mathcal{A}_k$ un dato elemento. Sia $W_A = \{w \in V : Aw = 0\}$. Determinare la dimensione di W al variare di A e k . Si determini poi una base di V/A in funzione della decomposizione spettrale di A .

Esercizio 3) Sia C la circonferenza di centro $(1, 1)$ e raggio 1 nel piano euclideo $\{(x, y); O\}$.

1. Si scriva il fascio di coniche tangenti a C nei punti $(0, 1)$ e $(2, 1)$.
2. Si determinino le parabole (non degeneri) appartenenti a tale fascio.