

GEOMETRIA 1 per Fisici — a.a. 2001/2002

Prof. Stefano TRAPANI

Prova di autovalutazione — 30/01/2004

.....

N.B.: compilare il compito in modo sintetico ma esauriente, spiegando chiaramente quanto si fa, e scrivendo in corsivo con grafia leggibile.

[1] Per ogni $k \in \mathbb{R}$, si consideri la matrice

$$M_k := \begin{pmatrix} 0 & k-4 & 1 \\ k-3 & 4-k & 0 \\ 3-k & 4k-16 & 2 \end{pmatrix}.$$

(a) Calcolare il rango di M_k , al variare di $k \in \mathbb{R}$.

(b) Spiegare se le matrici M_2 e M_3 siano invertibili oppure no. In caso negativo spiegare il perché, in caso affermativo calcolarne l'inversa.

[2] Sia \mathcal{E}^3 lo spazio euclideo di dimensione 3 dotato di un riferimento cartesiano ortogonale monometrico $RC(O; x, y, z)$. Per ogni $\lambda \in \mathbb{R}$, sia \mathfrak{S}_λ il luogo dei punti le cui coordinate (x, y, z) soddisfano l'equazione (cartesiana)

$$\mathfrak{S}_\lambda : (4 - 3\lambda)x^2 - (\lambda^2 - 3\lambda + 2)y^2 - (2 + 5\lambda)z^2 + 1 = 0.$$

Descrivere \mathfrak{S}_λ al variare del parametro $\lambda \in \mathbb{R}$. In particolare, nel caso in cui \mathfrak{S}_λ sia una quadrica se ne determini il tipo e la posizione rispetto agli assi cartesiani.

[3] Sia \mathcal{E}^3 lo spazio euclideo di dimensione 3 dotato di un riferimento cartesiano ortogonale monometrico $RC(O; x, y, z)$. Si consideri il piano $\pi : y - z - 9 = 0$ e la retta r di equazioni cartesiane

$$r : \begin{cases} 3x + y + z - 4 = 0 \\ x + z - 2 = 0 \end{cases}$$

Determinare equazioni cartesiane della retta s parallela al piano π , perpendicolare alla retta r e passante per il punto $P := (1, 1, 1)$. Calcolare inoltre la distanza tra la retta s ed il piano π .