

**GEOMETRIA 1 per Fisici — a.a. 2001/2002**

*Prof. Silvana ABEASIS*

Sessione estiva anticipata, 2<sup>o</sup> appello — 25/02/2002

.....

*N.B.: compilare il compito in modo sintetico ma esauriente, spiegando chiaramente quanto si fa, e scrivendo in corsivo con grafia leggibile.*

[1] Nello spazio euclideo  $\mathcal{E}^3$  dotato di un riferimento cartesiano ortogonale monometrico  $RC(O; x, y, z)$ , si considerino il vettore  $\mathbf{v} := (2, -1, 1) \in \mathcal{V}_O^3$  e la retta  $r$  di equazioni cartesiane

$$r : \begin{cases} 2x - y + 5z - 1 = 0 \\ x + 2z - 3 = 0 \end{cases} .$$

(a) Calcolare la componente di  $\mathbf{v}$  secondo la retta  $r$  orientata nel verso delle  $z$  crescenti.

(b) Decomporre  $\mathbf{v}$  come somma di due vettori  $\mathbf{v}_1$  e  $\mathbf{v}_2$  tali che  $\mathbf{v}_1$  sia parallelo alla retta  $r$  e  $\mathbf{v}_2$  sia perpendicolare a  $r$ .

(c) Determinare un vettore  $\mathbf{v}_3$  tale che l'insieme  $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$  sia una base ortogonale di  $\mathcal{V}_O^3$ .

[2] Per ogni  $\lambda \in \mathbb{R}$ , si consideri la matrice

$$A_\lambda := \begin{pmatrix} 0 & 1 & \lambda-4 \\ 3-\lambda & 2 & 16\lambda-4 \\ \lambda-3 & 0 & 4-\lambda \end{pmatrix} .$$

(a) Determinare il rango di  $A_\lambda$  (al variare di  $\lambda \in \mathbb{R}$ ).

(b) Spiegare se le matrici  $A_4$  e  $A_5$  siano invertibili oppure no. In caso negativo spiegare il perché, in caso affermativo calcolarne l'inversa.

[3] Nello spazio euclideo  $\mathcal{E}^3$  dotato di un riferimento cartesiano ortogonale monometrico  $RC(O; x, y, z)$ , per ogni  $k \in \mathbb{R}$ , sia data la quadrica  $Q_k$  di equazione cartesiana

$$Q_k : 9x^2 + (3 + 2k - k^2)y^2 + z^2 = 1 .$$

(a) Studiare  $Q_k$  al variare del parametro  $k \in \mathbb{R}$  (determinandone il tipo).

(b) Studiare la curva  $\mathcal{C}_k$  (al variare di  $k$ ) sezione di  $Q_k$  con il piano  $\pi$  di equazione cartesiana  $\pi : y - 1 = 0$ ; in particolare se  $\mathcal{C}_k$  è una conica si calcolino i suoi vertici.