

GEOMETRIA 1 per Fisici — a.a. 2003/2004

Prof. Stefano TRAPANI

Sessione estiva, II appello — 13/07/2004

.....
N.B.: compilare il compito in modo sintetico ma esauriente, spiegando chiaramente quanto si fa, e scrivendo in corsivo con grafia leggibile.

[1] Sia \mathcal{E}^3 lo spazio euclideo reale di dimensione 3 dotato di un riferimento cartesiano ortogonale monometrico $RC(O; x, y, z)$. Si consideri il piano $\pi : 2x - 2y - z + 4 = 0$ e la retta r di equazioni cartesiane

$$r : \begin{cases} x + z - 3 = 0 \\ x - y - z - 2 = 0 \end{cases}$$

Determinare equazioni cartesiane della retta s parallela al piano π , perpendicolare alla retta r e passante per il punto $P := (3, 0, 1)$. Calcolare inoltre la distanza tra la retta s ed il piano π .

[2] Sia \mathcal{E}^3 lo spazio euclideo reale di dimensione 3 dotato di un riferimento cartesiano ortogonale monometrico $RC(O; x, y, z)$. Per ogni $k \in \mathbb{R}$, sia \mathfrak{S}_k il luogo dei punti le cui coordinate (x, y, z) soddisfano l'equazione (cartesiana)

$$\mathfrak{S}_k : (3k - 7)x^2 - (k^2 - 5k + 6)y^2 - (3 - 5k)z^2 = 1.$$

Si descriva \mathfrak{S}_k al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$. In particolare, nel caso in cui \mathfrak{S}_k sia una quadrica se ne determini il tipo e la posizione rispetto agli assi cartesiani.

[3] Per ogni $\ell \in \mathbb{R}$, si consideri la matrice

$$M_\ell := \begin{pmatrix} -2 & \ell - 5 & 1 \\ 3 - \ell & \ell - 4 & 0 \\ -8 & 5\ell - 24 & 4 \end{pmatrix}.$$

- (a) Calcolare il rango di M_ℓ , al variare di $\ell \in \mathbb{R}$.
- (b) Calcolare il determinante di M_ℓ , al variare di $\ell \in \mathbb{R}$.
- (c) Determinare tutti i valori di $\ell \in \mathbb{R}$ per i quali la matrice M_ℓ ammetta una matrice inversa.