

# GEOMETRIA 1 per Fisici — a.a. 2001/2002

Prof. Silvana ABEASIS

Sessione estiva, 1<sup>o</sup> appello — 10/06/2002

.....

*N.B.: compilare il compito in modo sintetico ma esauriente, spiegando chiaramente quanto si fa, e scrivendo in corsivo con grafia leggibile. La mancata osservazione di queste norme potrà costituire motivo di esclusione dalla correzione.*

[1] Per ogni  $k \in \mathbb{R}$ , si consideri la matrice

$$A_\tau := \begin{pmatrix} 1 - k & 0 & -1 \\ 2k - 2 & k - 2 & 3k - 4 \\ 4 - k & 1 + k & 2 - 2k \end{pmatrix}.$$

(a) Usando l'E.G. — precisando i moltiplicatori ed i pivots utilizzati — ridurre a scala la matrice  $A_k$ , e determinarne il rango.

(b) Spiegare se le matrici  $A_1$  e  $A_2$  siano invertibili oppure no. In caso negativo spiegare il perché, in caso affermativo calcolarne l'inversa.

[2] Nello spazio euclideo  $\mathcal{E}^3$  dotato di un riferimento cartesiano ortogonale monometrico  $RC(O; x, y, z)$ , si considerino i punti  $P_0 := (2, 0, -1)$ ,  $Q_0 := (-1, 3, 2)$  e i vettori  $\mathbf{v}_1 := (2, 2, 1)$ ,  $\mathbf{v}_2 := (4, -2, 1) \in \mathcal{V}_O^3$ . Sia  $\sigma$  il piano parallelo a  $\mathbf{v}_1$  e  $\mathbf{v}_2$  e passante per  $Q_0$ ; sia  $r$  la retta passante per  $P_0$  e perpendicolare al piano  $\sigma$ .

(a) Determinare il piano  $\pi$  passante per la retta  $r$  e per il punto  $Q_0$ .

(b) Calcolare la componente del vettore  $\overrightarrow{P_0Q_0}$  secondo la retta  $r$  orientata nel verso delle  $z$  crescenti.

[3] Nello piano euclideo  $\mathcal{E}^2$  dotato di un riferimento cartesiano ortogonale monometrico  $RC(O; x, y)$ , per ogni  $\lambda \in \mathbb{R}$ , sia data la curva  $\mathcal{C}_\lambda$  di equazione cartesiana

$$\mathcal{C}_\lambda : (4 - 3\lambda)x^2 - (2 + 5\lambda)y^2 - 1 = 0.$$

Studiare  $\mathcal{C}_\lambda$  al variare del parametro  $\lambda \in \mathbb{R}$ . In particolare, nel caso in cui  $\mathcal{C}_\lambda$  sia una conica se ne determini il tipo e se ne calcolino i vertici.