

GEOMETRIA 1 — 2001/2002

Prof.ssa Silvana ABEASIS

Sessione estiva anticipata — 1° appello — 4/02/2002

.....

Esercizio 1

Nello spazio euclideo, dove è assegnato un riferimento cartesiano ortogonale monometrico $RC(O, \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$ di coordinate x, y, z , si considerino i vettori $\mathbf{v} := (2, -1, -3)$, $\mathbf{w} := (4, 4, -2)$, $\mathbf{u} := (2, 1, -3)$, e il punto $P_0 := (2, -1, -1)$. Sia π il piano passante per P_0 e parallelo ai vettori \mathbf{v} e \mathbf{w} .

(a) Determinare equazioni parametriche e cartesiane per la retta r passante per P_0 e perpendicolare al piano π .

(b) Calcolare la componente del vettore \mathbf{u} secondo la retta r orientata nel verso delle z decrescenti.

Esercizio 2

Facendo uso dell'E.G., ridurre a scala la matrice

$$M_k := \begin{pmatrix} k & 0 & -1 \\ 2k & k+1 & 3k+1 \\ k+3 & 2-k & 2k \end{pmatrix}$$

per ogni valore del parametro $k \in \mathbb{R}$, precisando i pivots e i moltiplicatori usati. Inoltre si studi il rango di M_k al variare di k .

Esercizio 3

Nello spazio euclideo, dove è assegnato un riferimento cartesiano ortogonale monometrico $RC(O, x, y, z)$, sia Q la quadrica di equazione cartesiana

$$Q : 2x^2 - \frac{y^2}{3} = 2z \quad .$$

(a) Studiare le coniche sezioni di Q con i piani paralleli ai piani coordinati, precisandone la natura.

(b) Per ciascuna conica \mathcal{C} di cui al punto (a), detta e l'eccentricità di \mathcal{C} calcolare i vertici di \mathcal{C} quando $e \neq 1$ e calcolare il fuoco di \mathcal{C} quando $e = 1$.

(c) Disegnare sul piano $z = 0$ la proiezione delle sezioni di cui al punto (a) relative ai piani $z = k$ per ogni $k \in \{-6, -1, 0, +1, +4\}$.