COMPITO D'ESAME DI GEOMETRIA 1 (prof. S. Abeasis)

SESSIONE AUTUNNALE — 1° APPELLO — 03/09/2002

Corsi di laurea in Fisica, in Fisica dell'Atmosfera, in Scienza dei Materiali

Svolgere i seguenti esercizi dando brevi spiegazioni dei procedimenti seguiti e dei teoremi usati. Si prega di scrivere in CORSIVO **e con grafia** LEGGIBILE**; la mancata osservanza di queste norme potrà costituire motivo di esclusione dalla correzione.**

Esercizio 1. Nello spazio euclideo $\mathcal{E}^3$ dotato di un riferimento cartesiano ortogonale monometrico $RC(O; x, y, z)$, si considerino la retta $r : \begin{cases} x - 2\,y + 3\,z - 1 = 0 \\ y + z - 2 = 0 \end{cases}$ ed i piani $\pi : 2\,x + y - 2\,z + 2 = 0$ e $\sigma : 4\,y + 3\,z - 6 = 0$.

(a) Determinare equazioni cartesiane per tutte le sfere aventi centro sulla retta r e tangenti al piano π .

(b) Tra le sfere di cui al punto *(a)*, determinare tutte quelle, se esistono, che sono *anche* tangenti al piano σ .

Esercizio 2. Nello spazio euclideo $\mathcal{E}^3$ dotato di un riferimento cartesiano ortogonale monometrico $RC(O; x, y, z)$, si considerino la retta $r : \begin{cases} 5\,x + y - 2\,z + 1 = 0 \\ 2\,x - z + 3 = 0 \end{cases}$ ed il vettore $\mathbf{v} := \begin{vmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \end{vmatrix}$. Sia inoltre W il sottospazio vettoriale perpendicolare alla retta r .

(a) Calcolare la componente di $\mathbf{v}$ secondo r orientata nel verso delle y decrescenti.

(b) Determinare equazioni parametriche ed equazioni cartesiane di W.

(c) Determinare esplicitamente una base $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2\}$ di W.

(d) Spiegare se l'insieme $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}\}$ sia una base di $\mathcal{V}_0^3$ oppure no.

Esercizio 3. Nello spazio vettoriale numerico $\mathbb{R}^3$, si considerino i tre vettori $\mathbf{v}_1 = \begin{vmatrix} 3\,\lambda - 1 \\ 2\,\lambda \\ \lambda + 2 \end{vmatrix}$, $\mathbf{v}_2 = \begin{vmatrix} 4 \\ -1 \\ -2 \end{vmatrix}$, $\mathbf{v}_3 = \begin{vmatrix} 5\,\lambda - 11 \\ 4\,\lambda + 3 \\ 3\,\lambda + 7 \end{vmatrix}$ dipendenti dal parametro $\lambda \in \mathbb{R}$. Sia inoltre W il sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$ generato da $\mathbf{v}_1$ e $\mathbf{v}_2$.

(a) Determinare tutti i valori di λ , se esistono, per i quali l'insieme $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2\}$ sia una base di W.

(b) Determinare tutti i valori di λ , se esistono, per i quali $\mathbf{v}_3$ appartenga a W.

(c) Determinare tutti i valori di λ , se esistono, per i quali $\mathbf{v}_3$ sia perpendicolare a W.