

COMPITO D'ESAME DI GEOMETRIA 1 (prof. S. Abeasis)

SESSIONE ESTIVA — II APPELLO — 01/07/2002

Corsi di laurea in Fisica, in Fisica dell'Atmosfera, in Scienza dei Materiali

Svolgere i seguenti esercizi dando brevi spiegazioni dei procedimenti e dei teoremi usati. Si prega di scrivere in corsivo e con grafia leggibile; la mancata osservanza di queste norme potrà costituire motivo di esclusione dalla correzione.

Esercizio 1. Nello spazio euclideo \mathcal{E}^3 dotato di un riferimento cartesiano ortogonale monometrico $RC(O; x, y, z)$, si considerino i due piani $\pi_1 : x - 2y + 3z - 1 = 0$ e $\pi_2 : y + z - 2 = 0$, il punto $P_0 = (2, -1, 1)$ e i vettori $\mathbf{v} = (2, 0, 1)$, $\mathbf{w} = (-1, 3, 2) \in \mathcal{V}_O^3$. Sia r la retta $r = \pi_1 \cap \pi_2$, sia σ il piano passante per P_0 e perpendicolare alla retta r , e sia ν il piano passante per r e parallelo al vettore \mathbf{v} .

(a) Determinare equazioni cartesiane e parametriche per la retta $\ell = \sigma \cap \nu$.

(b) Calcolare il coseno dell'angolo formato dal vettore \mathbf{w} e dalla retta ℓ orientata nel verso delle y decrescenti.

Esercizio 2. Nello spazio euclideo \mathcal{E}^3 dotato di un riferimento cartesiano ortogonale monometrico $RC(O; x, y, z)$, per ogni $k \in \mathbb{R}$ (cioè per ogni valore di $k \in \mathbb{R}$), sia data l'equazione

$$3x^2 - 9ky^2 + 3z^2 + k^2 - 1 = 0.$$

Si determini per quali valori del parametro $k \in \mathbb{R}$ l'equazione data rappresenti una superficie, e se ne riconosca il tipo. In particolare si determinino, se esistono, tutti i valori di k per i quali tale superficie sia un cono, un cilindro o una sfera, e se ne precisino le caratteristiche (come la direzione delle generatrici, il raggio, etc.).

Esercizio 3. Nello spazio vettoriale numerico \mathbb{R}^3 , si consideri i vettori

$$\mathbf{v}_1 = \begin{vmatrix} 1 - k \\ 2k - 2 \\ 4 - k \end{vmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{vmatrix} 0 \\ k - 2 \\ 1 + k \end{vmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{vmatrix} -1 \\ 3k - 4 \\ 2 - 2k \end{vmatrix}$$

dipendenti dal parametro reale k . Determinare i valori di k , se esistono, per i quali l'insieme $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$ sia una base di \mathbb{R}^3 .