

GEOMETRIA e ALGEBRA
CdL in Informatica — a.a. 2006/2007

Prof. Fabio GAVARINI

Test del 03/05/2007

.....
*N.B.: compilare il compito in modo sintetico ma esauriente, spiegando
chiaramente quanto si fa, e scrivendo in corsivo con grafia leggibile.*

..... *

[1] Verificare che i vettori

$$v_1 := (1, 7, 10), \quad v_2 := (3, 0, 6), \quad v_3 := (7, 7, 22)$$

nello spazio vettoriale \mathbb{Q}^3 sono linearmente dipendenti.

Determinare inoltre tutte le terne $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) \in \mathbb{Q}^3$ tali che

$$\alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + \alpha_3 v_3 = 0 \quad .$$

[2] Sia \mathbb{K} il campo \mathbb{Q} oppure il campo \mathbb{Z}_5 . Si considerino i vettori

$$v_1 := (1, 2, 3), \quad v_2 := (2, -1, 1), \quad v_3 := (3, 2, 5), \quad v_4 := (2, -4, 2)$$

nello spazio vettoriale \mathbb{K}^3 , sia $W := \text{Span}_{\mathbb{K}}(v_1, v_2, v_3, v_4)$ il sottospazio vettoriale da essi generato in \mathbb{K}^3 , e sia infine $b := (1, 0, 5) \in \mathbb{K}^3$.

(a) Calcolare $\dim_{\mathbb{K}}(W)$.

(b) Determinare una base B di W sul campo \mathbb{K} .

(c) Determinare se b appartenga o meno al sottospazio W . In caso affermativo, trovare un'espressione di b come combinazione lineare dei vettori della base B determinata in (b).

[3] Sia \mathbb{K} il campo \mathbb{Q} oppure il campo \mathbb{Z}_5 . Si considerino i vettori

$$v_1 := (t, t, 0, t), \quad v_2 := (1, 2t^2 - 1, 3t^2 - 1, t^2)$$

$$v_3 := (2, 2, 1 - t, 3 - t), \quad v_4 := (3, 3, 0, 5)$$

nello spazio vettoriale \mathbb{K}^4 , al variare di $t \in \mathbb{K}$, e sia $W(t) := \text{Span}_{\mathbb{K}}(v_1, v_2, v_3, v_4)$ il sottospazio vettoriale da essi generato in \mathbb{K}^4 .

(a) Calcolare $\dim_{\mathbb{K}}(W(t))$.

(b) Determinare una base B di $W(t)$ sul campo \mathbb{K} .