

I TEOREMI DI SYLOW- IL TEOREMA DI CAYLEY
GENERALIZZATO

- (1) Trovare un 3-Sylow di \mathcal{S}_3 e un 2-Sylow. Decidere se sono normali in \mathcal{S}_3 .
- (2) Trovare un 5-Sylow di \mathcal{S}_5 . Decidere se si tratta di un sottogruppo normale.
- (3) Trovare un 3-Sylow di \mathbb{Z}_{18} .
- (4) Sia G un gruppo di ordine 28. Decidere se si tratta di un gruppo semplice.
- (5) Provare che un gruppo di ordine 36 non può essere semplice.
- (6) Provare che un gruppo di ordine 12 possiede sempre o un 2-Sylow normale o un 3-Sylow normale.
- (7) Sia G un gruppo semplice di ordine 168. Determinare il numero dei suoi elementi di ordine 7.
- (8) Provare che un gruppo di ordine 56 non è semplice.
- (9) Provare che ogni gruppo di ordine 35 è ciclico.
- (10) Provare che ogni gruppo con 105 elementi o possiede un unico 2-Sylow oppure un unico 7-Sylow.
- (11) Sia G un gruppo di ordine $p^\alpha m$, $m > 1$ e $p \nmid m$. Supponiamo che G sia semplice. Provare che la cardinalità di G divide $N_p!$, N_p essendo il numero di p -Sylow.
- (12) Servirsi del risultato precedente per provare che se un gruppo ha 1000000 di elementi, allora non è semplice.