

ESAME DI ALGEBRA I
Prof E. Strickland, 16-2-2005

1) Si determinino tutti i polinomi della forma

$$3x^2 + cx + 4 \in \mathbb{Z}_5[x]$$

che sono irriducibili.

2) Si consideri il gruppo

$$GL(2, \mathbb{R}) = \left\{ A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R}) \mid \det(A) \neq 0. \right\}$$

ed il gruppo moltiplicativo dei reali non nulli \mathbb{R}^* . Sia f l'applicazione da $GL(2, \mathbb{R})$ a \mathbb{R}^* che associa ad ogni matrice il suo determinante. Si dimostri che f è un epimorfismo di $GL(2, \mathbb{R})$ su \mathbb{R}^* , si determini il nucleo K di f e si studi il quoziente $GL(2, \mathbb{R})/K$.

3) Si consideri l'anello dei polinomi $\mathbb{Z}[x]$ e in esso il sottoinsieme S formato da quei polinomi i cui coefficienti sono multipli di 7.

1) S è un sottoanello?

2) S è un ideale proprio di $\mathbb{Z}[x]$?