

ALGEBRA e LOGICA

(6 CFU)

prof. **Fabio Gavarini**

INSIEMI, FUNZIONI, RELAZIONI

Insiemi e operazioni sugli insiemi. Corrispondenze tra insiemi; relazioni; funzioni, composizione di funzioni. Iniettività, suriettività, biiettività, invertibilità di funzioni.

Insieme delle parti di un insieme; funzione caratteristica di un sottoinsieme. Partizioni.

Relazioni d'ordine. Relazioni di equivalenza; classi, quozienti, legame con le partizioni.

Insiemi con operazioni. Classi particolari: esempi e controesempi.

NUMERI NATURALI

Il sistema dei numeri naturali; il Principio di Induzione (in tre formulazioni). Dimostrazioni per induzione. Ordine e operazioni nei numeri naturali; divisione con resto. Numerazione (scrittura posizionale) in base arbitraria.

CARDINALITÀ, NUMERI CARDINALI

Insiemi finiti e insiemi infiniti. Cardinalità di un insieme; numeri cardinali, ordinamento tra essi. Teorema di Bernstein. Insiemi numerabili, insiemi non numerabili. Primo e Secondo Teorema di Cantor. Cardinalità del continuo.

NUMERI INTERI, NUMERI RAZIONALI

Costruzione dei numeri interi (a partire dai naturali); valore assoluto, operazioni, ordinamento; divisibilità; M.C.D. e m.c.m. Divisione con resto. Esistenza del M.C.D.: l'algoritmo di Euclide; identità di Bézout. Il Teorema Fondamentale dell'Aritmetica. Equazioni diofantee.

Relazioni di congruenza tra interi. Anelli di classi resto. Aritmetica modulare.

Equazioni congruenziali, sistemi; definizione, discussione e risoluzione.

Costruzione dei numeri razionali (dagli interi); valore assoluto, operazioni, e ordinamento.

RETICOLI, ALGEBRE DI BOOLE, CALCOLO LOGICO

Insiemi ordinati; relazione di copertura, diagramma di Hasse; elementi speciali.

Reticoli. Algebre di Boole; Teorema di Stone per algebre di Boole finite.

Funzioni booleane, polinomi booleani; equivalenza. Forma normale disgiuntiva (e disgiuntiva completa) di un polinomio booleano. Implicanti primi, forme minimali; il Metodo del Consenso.

RICORSIVITÀ, EQUAZIONI ALLE DIFFERENZE

Funzioni ricorsive. Il Teorema di Ricorsione: esistenza e unicità per funzioni ricorsive.

Equazioni alle differenze finite a coefficienti costanti: analisi e metodo di risoluzione.
