

Università di Roma Tor Vergata  
Ingegneria Civile-Ambientale e Medica  
TUTORATO 9 - 5 Dicembre 2025

1. In  $\mathbb{R}^3$ , si considerino i seguenti vettori  $\vec{v}_1 = (1, 2, 1)$  e  $\vec{v}_2 = (1, 1, 1)$ .
  - (a) Trovare l'angolo tra  $\vec{v}_1$  e  $\vec{v}_2$
  - (b) Determinare la *proiezione ortogonale* di  $\vec{v}_1$  su  $\vec{v}_2$
  - (c) Trovare una base ortonormale del sottospazio di  $\mathbb{R}^3$  generato dai vettori  $\vec{v}_1$  e  $\vec{v}_2$
2. Sia  $W$  il sottospazio di  $\mathbb{R}^4$  generato dai vettori  $\vec{v}_1 = (1, 1, 0, 1)$ ,  $\vec{v}_2 = (1, -2, 0, 0)$  e  $\vec{v}_3 = (1, 0, -1, 2)$ .
  - (a) Trovare una base ortonormale di  $W$
  - (b) Trovare una base di  $W^\perp$ , ovvero il *complemento ortogonale* di  $W$ .
  - (c) Dire se  $W + W^\perp = \mathbb{R}^4$ , dire se  $W$  e  $W^\perp$  sono in *somma diretta*
3. Nello spazio euclideo tridimensionale si consideri la retta di equazione parametrica

$$r : \begin{cases} x = 6 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 - 3t \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}$$

e il piano  $\pi$  di equazione  $x - 2y + 3z = -9$

- (a) Dire se  $r$  è *parallela*, *incidente*, o *giacente* rispetto al piano  $\pi$
  - (b) Calcolare la distanza del punto  $P(3, 1, 2)$  dalla retta  $r$ .
  - (c) Calcolare la distanza del punto  $Q(-1, 0, 2)$  dal piano  $\pi$ .
4. Nello spazio euclideo tridimensionale, si determini la distanza tra le rette di equazioni

$$r : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + 3t \\ z = -t \end{cases}, \quad s : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases}$$

5. Determinare i valori del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$  per cui la matrice

$$G_\alpha = \begin{bmatrix} \alpha & -\frac{1}{\sqrt{3}} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

è una *matrice ortogonale*.