

Università di Roma Tor Vergata  
**Ingegneria Civile-Ambientale-Medica**  
TUTORATO 6 - 7 Novembre 2025

1. Siano  $A$  e  $B$  due matrici  $2 \times 2$ :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

- (a) Calcolare il determinante di  $A$  e  $B$ .  
(b) Calcolare il determinante di  $A^T$ ,  $B^T$ ,  $AB$ ,  $A + B$ .

2. Calcolare il determinante delle seguenti matrici  $3 \times 3$ :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 5 \\ 4 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

3. Calcolare, ricorrendo dove possibile alle sue proprietà, il determinante delle seguenti matrici  $4 \times 4$ :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici al variare del parametro reale  $k$ .

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -5 & 3 \\ 0 & k+1 & -1 \\ 0 & 0 & k-2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} k & -k & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & k & 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & k \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & k \\ k & k+1 & 0 \end{bmatrix},$$

5. Dire per quali valori di  $t \in \mathbb{R}$  il seguente sistema in tre variabili ammette un'unica soluzione. Inoltre, per tali  $t$ , calcolare l'unica soluzione usando il *metodo di Cramer*.

$$\begin{cases} x - 4y + 2z = 0 \\ x + (t+1)y - z = 1 \\ -2y + (t-3)z = 1 \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}$$

6. Calcolare l'inversa delle seguenti matrici:

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 7 \end{bmatrix}$$