

Lezione 4. Espressioni razionali. Disequazioni razionali e con moduli. Notazione esponenziale. Radicali. Equazioni e disequazioni con radicali.

1. Decomporre i seguenti polinomi a coefficienti reali come prodotto di polinomi a coefficienti reali di grado più basso possibile

$$x^3 - 4x^2 + 6x - 4, \quad x^3 - 7x^2 + 25x - 39, \quad x^3 - 5x^2 + 8x - 6.$$

2. Determinare gli $x \in \mathbf{R}$ per cui valgono le disequazioni

$$x^3 - 4x^2 + 6x - 4 \geq 0, \quad x^3 - 7x^2 + 25x - 39 < 0, \quad x^3 - 5x^2 + 8x - 6 \leq 0.$$

3. Determinare gli $x \in \mathbf{R}$ per cui vale la disequazione $x^4 + x^3 + x^2 > 0$.

4. Determinare gli $x \in \mathbf{R}$ per cui valgono le equazioni

$$|x - 3| = 2, \quad |x - 1| = |x - 2|, \quad |x^2 + x - 1| = 5x + x^2.$$

5. Determinare gli $x \in \mathbf{R}$ per cui vale la disequazione $\frac{x^2+x-1}{x^2} > 0$.

6. Determinare gli $x \in \mathbf{R}$ per cui sono ben definite le seguenti espressioni razionali:

$$\frac{x^2 - 1}{x + 1}, \quad \frac{x^2 - 1}{x^3 - 1}, \quad \frac{2x - 3}{x^2 + x - 1}.$$

7. Determinare gli $x \in \mathbf{R}$ per cui valgono le disequazioni

$$\frac{x^2 - 1}{x + 1} > 0, \quad \frac{x^2 - 1}{x^3 - 1} \leq 0, \quad \frac{2x - 3}{x^2 + x - 1} \geq 0.$$

8. Determinare gli $x \in \mathbf{R}$ per cui sono ben definite le seguenti espressioni:

$$\sqrt{x - 2}, \quad \sqrt{\frac{x + 1}{x - 1}}.$$

9. Determinare gli $x \in \mathbf{R}$ per cui valgono le equazioni

$$\sqrt{x} = x - 1, \quad (10x + 1)^{1/3} = \sqrt{2x - 1}.$$

10. Determinare gli $x \in \mathbf{R}$ per cui valgono le disequazioni

$$\sqrt{x - 2} > x, \quad \sqrt{\frac{x + 1}{x - 1}} < x.$$