

**Lezione 1.** Richiami di teoria degli insiemi. Operazioni sugli insiemi: inclusione, unione e intersezione. Sottoinsiemi della retta reale e del piano cartesiano.

1. ( $\mathbf{N}$ ,  $\mathbf{Z}$ ,  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{R}$ ). Siano dati i numeri

$$\sqrt{5}, \quad 0,0013, \quad \sqrt{(-2)^2}, \quad \frac{1+\sqrt{5}}{2}, \quad |-5|, \quad \frac{1}{3} + \frac{1}{2}, \quad \frac{-1}{\sqrt{3}}, \quad (0.2)^2, \quad 0.04, \quad 3, \overline{232}, \quad 2^{-3}.$$

- (a) Determinare se appartengono ad  $\mathbf{N}$ ,  $\mathbf{Z}$ ,  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{R}$ .  
(b) Metterli in ordine crescente.

2. Siano dati gli insiemi  $A = \{1, 4, -2, 10, -20, 3/4, 5^{-1}, -(3+2\sqrt{2})\}$ ,  $B = \{\frac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}, -2, 3/4, -20\}$ ,  
 $C = \{5, 10, -3/4, |-0.4|, \sqrt{4}\}$ .

- (a) Determinare se  $B \subset A$ .  
(b) Determinare  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \setminus B$ ,  $A \cap C$ ,  $A \setminus C$ ,  $A \cup C$ .

3. Siano dati gli insiemi  $A = \{x \in \mathbf{R} \mid x - 2 > 0\}$ ,  $B = \{x \in \mathbf{R} \mid x - 5 < 0\}$

$$C = \{x \in \mathbf{R} \mid \begin{cases} x - 2 > 0 \\ x - 5 < 0 \end{cases}\} \quad D = \{x \in \mathbf{R} \mid \begin{cases} x - 2 > 0 \\ x - 5 < 0 \\ x - 3 > 0 \end{cases}\}.$$

Determinare quali delle seguenti relazioni valgono

$$C = A \cap B, \quad D = A \cap B, \quad D \subset A \cup B, \quad C \subset D, \quad D \subset C \subset A.$$

4. Siano dati gli intervalli  $A = [-1, 1]$  e  $B = (-1, 1)$ .

- (a) Determinare quali dei seguenti elementi appartengono ad  $A$  e quali appartengono a  $B$ :

$$0.5, \quad 1, \quad 0.\bar{9}, \quad 0.0\bar{9}, \quad \sqrt{(-1)^2}, \quad -1.44, \quad (0.1 + \frac{1}{0.1})^2.$$

5. Siano dati  $A = [\frac{5}{12}, \frac{101}{100}]$ ,  $B = [\frac{18}{33}, \frac{105}{104}]$  e  $C = [-0.001, 0.01]$ . Determinare quali delle seguenti relazioni valgono:

$$A \subset B, \quad A \cap C \neq \emptyset, \quad (A \cup C) \cap B \neq \emptyset, \quad B \subset C.$$

6. Siano dati  $A = \{x \in \mathbf{R} \mid (x-2) = 0\}$ ,  $B = \{x \in \mathbf{R} \mid (x-5) = 0\}$ ,  $C = \{x \in \mathbf{R} \mid (x-10) = 0\}$ ,  
 $D = \{x \in \mathbf{R} \mid (x-2)(x-5) = 0\}$ ,  $E = \{x \in \mathbf{R} \mid (x-2)(x-5)(x-10) = 0\}$ .

Determinare quali delle seguenti relazioni valgono

$$D = A \cap B, \quad D = A \cup B, \quad E = A \cup B, \quad D \subset E, \quad A \subset D \subset E.$$

7. Disegnare i seguenti sottoinsiemi del piano cartesiano:

$$A = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^2 \mid 3x - y = 0 \right\}, \quad B = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^2 \mid 3x - y > 0 \right\}, \quad C = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^2 \mid 3x - y < 0 \right\}.$$

Determinare a quale insieme appartengono gli elementi

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ \sqrt{6} \end{pmatrix}.$$

8. Disegnare i seguenti sottoinsiemi del piano cartesiano:

$$A = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^2 \mid y = x^2 \right\}, \quad B = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^2 \mid y > x^2 \right\}, \quad C = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^2 \mid y < x^2 \right\}.$$

Determinare a quale insieme appartengono gli elementi

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 3 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -\sqrt{3} \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0.05 \\ -0.25 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 10 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

9. Disegnare i seguenti sottoinsiemi del piano cartesiano:

$$A = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^2 \mid x = 5 \right\}, \quad B = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^2 \mid y = -2 \right\}, \quad C = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^2 \mid 0 < x < 2 \right\}.$$

Determinare almeno tre elementi in ognuno di essi.

10. Siano dati gli insiemi

$$A = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^2 \mid y = x^2 \right\}, \quad B = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^2 \mid x > 0 \right\}, \quad C = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^2 \mid y < 5 \right\}.$$

(a) Determinare e disegnare nel piano cartesiano:

$$A \cap B, \quad A \cup B, \quad B \cap C, \quad A \cap B \cap C.$$

(b) Determinare almeno tre elementi in ognuno degli insiemi del punto (a).

11. Esercizi assortiti dal foglio "Esercizi1-richiami di aritmetica".