

**Universita' degli Studi di Roma - "Tor Vergata" - Facolta' Ingegneria Edile/Architettura**  
**Esercizi per il corso di GEOMETRIA 2 - a.a. 2006/2007**  
**Docente: Prof. F. Flamini**

**FOGLIO 7 - Esercizi Riepilogativi**

Nei seguenti esercizi, si consideri fissato una volta per tutte un riferimento proiettivo per  $\mathbb{P}^1$ , rispettivamente  $\mathbb{P}^2$ , con coordinate omogenee  $[x_0, x_1]$ , rispettivamente  $[x_0, x_1, x_2]$ .

**Esercizio 1:** Determinare la proiettività

$$f : \mathbb{P}^1 \rightarrow \mathbb{P}^1$$

che manda i punti  $[1, 0]$ ,  $[0, 1]$  e  $[1, 1]$  ordinatamente nei punti  $[2, 3]$ ,  $[2, -1]$  e  $[0, 1]$ .

- (i) Calcolare i trasformati mediante  $f$  dei punti  $[1, 4]$  e  $[3, 1]$ ;
- (ii) Determinare eventuali punti fissi di  $f$ ;

**Esercizio 2:** Sia  $\mathbb{P}_{\mathbb{R}}^1$  la retta proiettiva reale con riferimento proiettivo standard.

- (i) Determinare la proiettività

$$f : \mathbb{P}^1 \rightarrow \mathbb{P}^1$$

t.c. mandi i punti

$$A = [1, 3], B = [2, -1], C = [2, 1]$$

rispettivamente in

$$F = [1, 0], G = [0, 1], U = [1, 1].$$

- (ii) Calcolare  $f([1, 2])$ .

**Esercizio 3:** Sia  $\mathbb{P}_{\mathbb{R}}^1$  la retta proiettiva reale con riferimento proiettivo standard.

- (i) Determinare la proiettività

$$f : \mathbb{P}^1 \rightarrow \mathbb{P}^1$$

t.c. mandi i punti

$$A = [1, 0], B = [0, 1], C = [1, 1]$$

rispettivamente in

$$A = [1, 0], B = [1, -2], U = [3, -2].$$

- (ii) Determinare gli eventuali punti fissi di  $f$ .

**Esercizio 4:** In  $\mathbb{P}_{\mathbb{R}}^2$  si consideri la proiettività  $F : \mathbb{P}^2 \rightarrow \mathbb{P}^2$  determinata dalla classe di proporzionalità della matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Verificare che  $F$  ha la retta  $x_0 = 0$  come luogo fisso mentre ha la retta  $x_2 = 0$  come luogo di punti fissi.